اعتذار عالم رياضيات



تأليف

G. H. Hardy







اعتذار عالم رياضيات

- الطبعة الأولى 2009

- الناشر: شعاع للنشر والعلوم

حارة الرباط 2 - المنطقة 12 - حي السبيل 2

تلفاكس : 2643545 (21) 00963

هاتف : 2643546 (21) 00963

ص.ب 7875 سورية ـ حلب

Original Title:

A Mathematician's Apology By G.H. Hardy

صدر هذا الكتاب بالاتفاق مع الناشر Syndicate of the Press of the University of Cambridge

Fourteenth Printing 2008



لمزيد من المعلومات ولشراء كتب الدار مباشرة على الإنترنت

يرجى زيارة موقعنا http://www.raypub.com

البريد الإلكتروني للقراء: quality@raypub.com

info@raypub.com

البريد الإلكتروني للزبائن: sales@raypub.com

البريد الإلكتروني لدور النشر: orders@raypub.com

اعتذار عالم رياضيات



تأليف

G. H. HARDY

مع تصدير بقلم

C. P. Snow

ترجمة المهندس ظافر محمود

رسالة مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم

عزيزي القارئ،

في عصر يتسم بالمعرفة والمعلوماتية والانفتاح على الآخر، تنظر مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم إلى الترجمة على أنها الوسيلة المثلى لاستيعاب المعارف العالمية، فهي من أهم أدوات النهضة المنشودة، وتؤمن المؤسسة بأن إحياء حركة الترجمة، وجعلها محركاً فاعلاً من محركات التنمية واقتصاد المعرفة في الوطن العربي، مشروع بالغ الأهمية ولا ينبغي الإمعان في تأخيره.

فمتوسط ما تترجمه المؤسسات الثقافية ودور النشر العربية مجتمعة، في العام الواحد، لا يتعدى كتاباً واحداً لكل مليون شخص، بينما تترجم دول منفردة في العالم أضعاف ما تترجمه الدول العربية جميعها.

أطلقت المؤسسة برنامج «ترجم»، بهدف إثراء المكتبة العربية بأفضل ما قدّمه الفكر العالمي من معارف وعلوم، عبر نقلها إلى العربية، والعمل على إظهار الوجه الحضاري للأمة عن طريق ترجمة الإبداعات العربية إلى لغات العالم.

ومن التباشير الأولى لهذا البرنامج إطلاق خطة لترجمة ألف كتاب من اللغات العالمية إلى اللغة العربية خلال ثلاث سنوات، أي بمعدل كتاب في اليوم الواحد.

وتأمل مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم في أن يكون هذا البرنامج الاستراتيجي تجسيدا عملياً لرسالة المؤسسة المتمثلة في تمكين الأجيال القادمة من ابتكار وتطوير حلول مستدامة لمواجهة التحديات، عن طريق نشر المعرفة، ورعاية الأفكار الخلاقة التي تقود إلى إبداعات حقيقية، إضافة إلى بناء جسور الحوار بين الشعوب والحضارات.

للمزيد من المعلومات عن برنامج «ترجم» والبرامج الأخرى المنضوية تحت قطاع الثقافة، يمكن زيارة موقع المؤسسة www.mbrfoundation.ae .

عن المؤسسة:

انطلقت مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم بمبادرة كريمة من صاحب السمو الشيخ محمد بن راشد آل مكتوم نائب رئيس دولة الإمارات العربية المتحدة رئيس مجلس الوزراء حاكم دبي، وقد أعلن صاحب السمو عن تأسيسها، لأول مرة، في كلمته أمام المنتدى الاقتصادي العالمي في البحر الميت - الأردن في أيار/مايو 2007. وتحظى هذه المؤسسة باهتمام ودعم كبيرين من سموه، وقد قام بتخصيص وقف لها قدره 37 مليار درهم (10 مليارات دولار).

وتسعى مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم، كما أراد لها مؤسسها، إلى تمكين الأجيال الشابة في الوطن العربي، من امتلاك المعرفة وتوظيفها بأفضل وجه ممكن لمواجهة تحديات التنمية، وابتكار حلول مستدامة مستمدة من الواقع، للتعامل مع التحديات التي تواجه مجتمعاتهم.

مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم

إلى

جون لوماس

الذي طلب مني كتابته



تليجرام : هنا سور الازبكية
أكبر مكتبة رقمية

تصدير

كانت ليلة عادية بشكل مثالي على طاولة العشاء الرئيسية في كلية كريست باستثناء أن هاردي كان ضيفاً عليها، كان قد عاد للتو إلى كامبردج كبروفيسور للرياضيات البحتة وكنت قد سمعت عنه من رياضيي كامبردج الشبان، فقد كانوا مبتهجين لعودته؛ كانوا يقولون إنه رياضي حقيقي وليس فيزيائياً كأمثال ديراك وبور، كانوا دائماً يتحدثون عنه بأنه: كان أنقى الأنقياء، كان أيضاً غير تقليدي ومختلفاً ومتطرفاً وجاهزاً للحديث عن أي شيء، كان هذا في العام 1931، لم تكن هذه الكلمة مألوفة الاستخدام لكن لو كانوا في فترة لاحقة لقالوا إنه كان نجماً.

وهكذا من مكاني على الطاولة واظبت على دراسته، كان عندها في أوائل الخمسينات: كان شعره أشيب وعلى جلده آثار لفحات الشمس بحيث تركت آثاراً من لون برونزي مثل بشرة الهنود الحمر، كان وجهه جميلاً مع عظام خد مرفوعة وأنف دقيق ومحبباً وصارماً لكنه قادر على الاندفاع في موجة ضحك ببراءة سعادة الأطفال المشردين، كانت له عينان بنيتان قاتمتان لامعتان كعيني طائر؛ ذلك النوع من العيون الشائع بين أولئك الذين مُنحوا هبة الغوص في الأفكار العميقة. كانت كامبردج في ذلك الوقت مليئة بالوجوه غير العادية والمميزة، لكنني رغم هذا اعتقدت في تلك الليلة أن هاردي مختلف ومتميز.

لا أذكر ما كان يرتدي، ربما كان يرتدي ببساطة معطفاً رياضياً وبنطالاً رمادياً تحت لباسه الجامعي، كان يلبس ما يُشعره بالسعادة مثل إنشتاين

لكنه – خلافاً لإنشتاين – كان ينوع ملابسه العادية بقمصان حريرية ثمينة تنم عن ذوق رفيع.

عندما جلسنا في قاعة الاجتماعات نحتسي النبيذ بعد العشاء قال لي أحدهم إن هاردي يريد أن يتحدث معي عن الكريكت، كان قد تم انتخابي منذ عام فقط لكن كريست كانت عندها كلية صغيرة وكانت وسائل ترفيه الأعضاء الجدد حتى قد حدِّدت منذ فترة وجيزة. أُخذت لأجلس بجانبه ولم يتم تقديمي له، كان – مثلما اكتشفت لاحقاً – خجولاً ومنطوياً على ذاته في كافة المناسبات الرسمية وكانت لديه رهبة من لحظات التعارف، خفض رأسه بخجل كما لو أن أحداً ما يشكره ويطري عليه ودون أي تمهيد بدأ بالقول:

'من المفروض أنك تعرف شيئاً ما عن الكريكت، أليس كذلك؟' قلت نعم أعرف القليل عنها.

بدأ مباشرةً بوضعي في خضم ضوضاء عارمة، هل لعبت الكريكت؟ أي نوع من المؤدين كنت؟ ظننت لوهلة أن لديه رعباً من الأشخاص الذين يقرؤون الأدبيات دون أن يكونوا قد مارسوا اللعبة أبداً مثلما أصبح شائعاً بعد ذلك في المجتمع الأكاديمي، عرضت وضعي مثلما هو تماماً، وقد بدا أنه وجد جوابي مطمئناً نوعاً ما ومضى في طرح المزيد من الأسئلة التكتيكية، من كان علي أن أختار كقائد للفريق من أجل المباراة التمهيدية الأخيرة في العام الماضي (1930)؟ لو كان المنتخِبون قرروا أن سنو هو الرجل الذي سينقذ إنكلترا فكيف كانت ستكون استراتيجيتي وتكتيكاتي؟ ('يُسمح لك أن تمثِّل دور قائد الفريق الذي

لا يلعب إذا كنت متواضعاً بما يكفي[4])، وهكذا كان ظاهراً بوضوح لبقية الطاولة أنه مستغرق بالكامل.

بعد أن سنحت لي فرص متعددة أدركت لاحقاً أن هاردي لا يؤمن بالحدْس أو الانطباعات سواء كانت حدسه وانطباعاته الخاصة أو تلك العائدة لأي شخص آخر، والطريقة الوحيدة لتقييم معرفة شخص ما - من وجهة نظر هاردي - هي امتحانه، وهذا يصح على الرياضيات والأدب والفلسفة والسياسة وأي شيء تريد، فإذا كان شخص ما يخدعك ثم انهار عند الأسئلة يكون من الواجب توخي الحذر حياله، فالأشياء الأولى يجب أن تأتي أولاً في ذلك الذهن اللامع وعالي التركيز.

تلك الليلة في قاعة الاجتماعات كان من الضروري أن يكتشف فيما إذا كان من المقبول أن أكون مرافق كريكت، لم يكن هناك شيء مهم آخر، ابتسم في النهاية بسحر غامر كطفل وقال إن الموسم القادم لفينر (أرض الكريكت في الجامعة) قد يكون طيباً في النهاية على ضوء بعض الحوارات العقلانية.

وهكذا فكما كسبت معرفتي بلويد جورج بسبب شغفه بالفراسة كسبت صداقتي مع هاردي نتيجة قضائي لفترات طويلة من شبابي في لعب الكريكت، لا أعرف ما المغزى من هذا لكنه كان من حسن حظي بالتأكيد، فقد كانت هذه - بالنظر إلى قيمتها الفكرية - أثمن صداقة لي في حياتي، فذهنه كان - كما أشرت آنفاً - لامعاً وعالي التركيز بحيث يبدو ذهن أي شخص آخر بجانبه مشوشاً وقليل التركيز نوعاً ما، لم يكن عبقرياً عظيماً كما كان إنشتاين ورذرفورد، وقد قال - بوضوحه

المعتاد - إنه إذا كانت هذه الكلمة تعني أي شيء فهو ليس عبقرياً على الإطلاق، وفي أفضل الأحوال - كما يقول - فقد كان لمدة قصيرة خامس أفضل رياضي بحت في العالم، وبما أن شخصيته كانت بجمال ذهنه ونزاهته فقد كان يؤكد دوماً أن صديقه وشريكه ليتلوود كان رياضياً أقوى منه وأن رامانوجان الذي كان تحت رعايته كان يتميز حقاً بعبقرية طبيعية بمعنى العبقرية التي كان يمتلكها أعظم الرياضيين (وإن لم تصل إلى الحد الذي وصل إليه هؤلاء).

كان الناس يعتقدون أحياناً أنه لا يقدِّر نفسه حق قدرها عندما كان يتحدث عن هؤلاء الأصدقاء، صحيحٌ أنه كان شهماً وبعيداً كل البعد عن الحسد لكنني أعتقد أن الآخرين يخطئون في تقييمه إذا لم يقبلوا رأيه، أفضِّل أن أصدِّق في مقولته في *اعتذار عالم رياضيات* أنه متكبر ومتواضع في الوقت نفسه:

'ما زلت أقول لنفسي عندما أكون مكتئباً وأجد نفسي مجبراً على الاستماع إلى أشخاص مغرورين ومملين "حسناً لقد فعلت شيئاً واحداً لن تتمكن أنت أبداً من القيام به وهو التعاون مع كلٍ من ليتلوود ورامانوجان بنوع من الندية."'

بأي حال ينبغي ترك تقييمه الدقيق إلى مؤرخي الرياضيات (رغم أن هذه مهمة شبه مستحيلة بما أن الكثير من أفضل أعماله تمت بالتعاون). هناك أمر آخر كان متفوقاً فيه بوضوح على إنشتاين ورذرفورد وأي عبقري آخر وهو تحويل أي عمل فكري كبيراً كان أم صغيراً إلى عمل فني، فهذه الموهبة فوق كل شيء - في اعتقادي - هي التي جعلته - دون أن يدرك ذلك تماماً - يحقق سعادة فكرية كهذه، وعندما نُشر

اعتذار عالم رياضيات لأول مرة كتب غراهام غرين في مراجعة له أن هذا بالإضافة إلى مذكرات هنري جايمس كان أفضل ما يمكن اعتباره عملاً فنياً مبدعاً، وبالنظر إلى التأثير الذي كان لهاردي على كل مَن حوله أظن أن هذا هو السر.

وُلد عام 1877 في أسرة مهنية متواضعة، فقد كان والده مسؤولاً مالياً وفنياً في كرانليه ثم في مدرسة صغيرة عامة، وكانت أمه ناظرة في كلية لنكولن لتدريب المعلمين، كلاهما كان موهوباً وميالاً إلى الرياضيات، وفي حالته - كما هي حال أغلب الرياضيين - كان لا داعي للبحث عن الأصول الجينية. أكثر فترات طفولته كانت - على خلاف إنشتاين - نموذجية من أجل رياضي مستقبلي، فقد بدأ يبرهن عن ذكائه منذ بدأ بتعلم الكلام أو حتى قبل ذلك، وفي عمر السنتين كان يكتب الأرقام حتى الملايين (كإشارة إلى قدراته الرياضية)، وعندما أُخذ إلى الكنيسة كان يسلي نفسه بإيجاد معاملات أرقام الترانيم: فقد بدأ يلعب بالأرقام منذ ذلك الحين وهي عادةٌ قادته إلى المشهد المؤثر قرب سرير مرض رامانوجان، هذا المشهد معروف جداً لكنني لن أتمالك نفسي من تكراره لاحقاً.

كانت طفولة منتجة تعليمية ومنيرة في عصر الملكة فيكتوريا، ربما كان والداه متسلطين قليلاً لكنهما كانا لطيفين أيضاً، والطفولة في عائلة كهذه كانت أجمل ما يمكن تقديمه رغم أنها ربما كانت صارمة نوعاً ما من الناحية الفكرية، كان غير عادي في ناحيتين اثنتين، فقد عانى أولاً من انطواء حاد على ذاته في عمر مبكر بشكل غير طبيعي، كان والداه يعلمان أنه ذكي جداً وقد كان كذلك حقاً، فقد كان الأول على صفه

في كافة المواد الدراسية، لكنه نتيجةً لحصوله على المرتبة الأولى كان عليه أن يخرج أمام المدرسة كلها ليحصل على الجوائز وهذا ما لم يكن يتحمله، وبينما كنا نتناول العشاء في إحدى الأمسيات قال لي إنه كان يحاول الإجابة بشكل خاطئ عمداً حتى يتخلص من هذه المحنة، لكن قدرته على الخداع كانت ضعيفة جداً فقد كان يحصل على الجوائز دائماً.

تلاشى بعض من هذا الانطواء على الذات، فقد أصبحت لديه روح المنافسة، وكما قال في *الاعتذار*: 'لا أذكر أنني أحسست – عندما كنت صبياً – بأي شغف بالرياضيات، والانطباعات التي ربما كانت لدي عن مهنة الرياضي كانت بعيدة كل البعد عن النبل، فقد كنت أنظر إلى الرياضيات على أنها امتحانات ومعلومات مدرسية: كنت أرغب في التغلب على الأولاد الآخرين وقد بدت الرياضيات هي السبيل الذي يمكّنني من القيام بهذا بشكل قاطع.' ومع هذا كان عليه أن يتعايش مع طبيعته الشديدة الحساسية، فخلافاً لإنشتاين الذي كان عليه أن يَستعبد نفسه القوية في دراسة العالَم الخارجي قبل أن يحقق مكانته الأخلاقية كان على هاردي أن يقوي نفسه التي لم تكن محمية جداً، وهذا ما جعله لاحقاً معتداً بنفسه (كما لم يكن إنشتاين أبداً) عندما كان عليه أن يُبرز الناحية الأخلاقية، لكن هذا – من ناحية أخرى – أعطاه بصيرة نافذة وصراحة جميلة بحيث تمكّن من الكلام عن نفسه ببساطة (كما لم يتمكن إنشتاين أبداً).

أعتقد أن التناقض أو التوتر في شخصيته كان مرتبطاً ببعض الإشارات اللافتة للنظر في سلوكه، فقد كان غير نرجسي، ولم يكن يحب أن

تُلتقَط له الصور: وعلى حد علمي لا توجد له أكثر من خمس صور، كما أنه لم يكن يضع أية مرآة في غرفه ولا حتى مرآة صغيرة للحلاقة، وعندما كان يذهب إلى فندق كان أول ما يقوم به هو تغطية كافة المرايا بمناشف، كان هذا سيبدو غريباً بما يكفي لو كان وجهه يبدو مثل غوريلا؛ لكنه يبدو أغرب بما أن مظهره كان جميلاً على الدوام، لكن النرجسية وعدم النرجسية لا علاقة لهما بالمظهر الذي يراه المراقبون الخارجيون.

هذا السلوك يبدو غريب الأطوار؛ وهو كذلك في الحقيقة، كان هناك اختلاف نوعي بينه وبين إنشتاين، فأولئك الذين قضوا وقتاً طويلاً مع إنشتاين – مثل إنفيلد – وجدوه يزداد غرابةً كلما عرفوه أكثر، وأنا متأكد أني كنت سأشعر بنفس هذا الشعور، أما مع هاردي فالعكس هو الصحيح، فغالباً ما كان سلوكه مختلفاً – بغرابة – عن سلوكنا؛ لكنه يتضح مع مرور الوقت أنه ليس بهذا الاختلاف عن سلوكنا باستثناء أنه كان أكثر رقة ورهافة إحساس.

السمة الأخرى غير الطبيعية في طفولته كانت دنيوية أكثر لكنها أدت إلى إزالة كل العوائق العملية خلال كامل حياته المهنية، ولربما كان هاردي بصدقه الشفاف هو آخر الرجال الذين يصعب إرضاؤهم بهذا الشأن، فقد كان يعرف معنى التميز ويعرف أنه قد امتلكه. لم تكن عائلته تملك النقود إذ لم يكن دخلها إلا راتب ناظر المدرسة لكنهم كانوا على اطلاع بأفضل النصائح التعليمية لأواخر القرن التاسع عشر في إنكلترا، وكان هذا النوع من المعلومات أكثر أهمية في هذا البلد من أي مقدار من الثروة، كان التعليم متوفراً وكل ما عليك هو معرفة كيفية الحصول

عليه، ولم تكن أمام هاردي في شبابه أدنى فرصة للضياع مثل الفرص التي كانت أمام ويلز أو إنشتاين في شبابهما، وفي الثانية عشرة من عمره لم يكن عليه إلا أن يبقى على قيد الحياة لتتم العناية بمواهبه.

في الثانية عشرة من عمره حصل على منحة تعليمية من وينتشستر - التي كانت آنذاك أفضل مدرسة رياضية في إنكلترا وبقيت كذلك طويلاً - ببساطة بناءً على قوة بعض الأعمال الرياضية التي قام بها في كرانليه (بالمناسبة نتساءل إذا كانت هناك أية مدرسة جيدة تتمتع بهذه المرونة في أيامنا هذه)، وهناك تعلم الرياضيات في صف بمفرده: فقد كان في الكلاسيكيات جيداً مثل أفضل الطلاب المتفوقين الآخرين، اعترف بعد ذلك - لكن على مضض - أنه تلقى تعليماً جيداً، فقد كان يكره المدرسة باستثناء صفوفها، إذ كانت مدرسة وينتشستر - مثل كافة المدارس العامة في عصر الملكة فكتوريا - مكاناً فظاً نوعاً ما، كان على وشك الموت في أحد الشتاءات، وكان يحسد ليتلوود على إقامته في منزل حيث كان طالباً نهارياً في مدرسة سانت بول أو الأصدقاء الآخرين في مدارس القواعد الحرة والسهلة، لم يمر أبداً بجانب وينتشستر بعد أن تركها: لكنه تركها شخصاً خطا على السكة الصحيحة مع منحة دراسية مفتوحة إلى ترينيتي.

كانت لديه شكوى أساسية ضد ونتشستر، فقد كان بطبيعته لاعباً بألعاب الكرة ذا نظرة ثاقبة، ففي الخمسينات من عمره كان عادةً قادراً على هزيمة الصف الثاني من لاعبي التنس في الجامعة وفي الستينات رأيته يحقق رميات مدهشة في شبكات الكريكت، وبما أنه لم يحصل على ساعة تدريب واحدة في وينتشستر كانت طريقته في اللعب بدائية

أما لو تدرب فقد كان سيصبح - كما يعتقد - ضارب عصا جيداً حقاً ليس من الصف الأول تماماً إنما ليس بعيداً عن هذا المستوى بكثير، وكما هي كافة المحاكمات التي أطلقها بحق نفسه أعتقد أن هذه صحيحة أيضاً، من الغريب أنه في أوج تقدير الألعاب أثناء حكم الملكة فيكتوريا كانت موهبة كهذه منسية تماماً، وتفسير هذا في اعتقادي أن أحداً لم يظن أن هذه الموهبة تستحق العناية بها لدى طالب متفوق دراسياً وخجول بهذا القدر.

ربما كان من الطبيعي بالنسبة له أن يذهب إلى الكلية الجديدة، وما كان هذا ليغير مسيرته المهنية كثيراً (ومع أنه بسبب حبه لأكسفورد أكثر من كامبردج كان سيبقى هناك طوال حياته وكان الكثير منا سيفتقد متعة التعرف إليه)، إلا أنه قرر الذهاب إلى ترينيتي بدلاً من ذلك لسبب يشرحه بشكل فكاهي لكن مع صراحته المعهودة في *الاعتذار*؛ 'كنت في الخامسة عشرة من عمري تقريباً عندما طرأ تحول حاد (بشكل غريب نوعاً ما) في طموحاتي، هناك كتاب من تأليف "آلان سانت أوبين" (السيدة فرانسيس مارشال في الواقع) اسمه *عضو في ترينيتي* يشكل جزءاً من سلسلة تعالج ما يُفترض به أن يكون حياة جامعة كامبردج... هناك بطلان: بطل أساسي يدعى فلاورز طيب بالكامل وبطل ثانوي أضعف يدعى براون، وجد فلاورز وبراون مخاطر كثيرة في الحياة الجامعية... تخطى فلاورز كل هذه المشاكل ونجح بشكل آلي في الحصول على العضوية (مثلما أعتقد)، أما براون فقد استسلم وحطم أهله وأدمن على الشراب ونجا من عاصفة رعدية هائلة فقط بفضل صلوات عميد الطلاب وعانى كثيراً في الحصول حتى على درجة عادية ليصبح

مبشّراً في النهاية، لم تتأذَّ الصداقة بهذه الأحداث المؤلمة وشردت مخيلة فلاورز ليتذكر براون بشفقة رقيقة عندما شرب البورت وأكل الجوز لأول مرة في قاعة اجتماعات الخريجين.

وهكذا أصبح فلاورز عضواً محترماً (بقدر ما تمكن "آلان سانت أوبين من تجسيد ذلك) لكن حتى عقلي البسيط رفض أن أقبله كشخص ذكي، فإن كان هو قد تمكن من القيام بهذه الأشياء لماذا لا أتمكن أنا؟ وخاصةً أن المشهد الأخير في قاعة الاجتماعات قد سحرني بالكامل، ومنذ ذلك الوقت حتى حصلت عليها كانت الرياضيات تعني لي أساساً العضوية في ترينيتي.'

وحصل عليها كما ينبغي بعد حصوله على أعلى مرتبة في الجزء الثاني من بكالوريوس الرياضيات مع مرتبة الشرف في الثانية والعشرين من عمره، وأثناء ذلك حدث تغيران بسيطان له، كان الأول لاهوتياً؛ فقد قرر هاردي - قبل أن يغادر وينتشستر على ما أعتقد - أنه لا يؤمن بالله، وقد كان هذا بالنسبة له قراراً حاداً وواضحاً جداً مثل كافة المفاهيم الأخرى في ذهنه، كان حضور الصلاة في ترينيتي إلزامياً لكن هاردي أخبر العميد المسؤول - بالتأكيد بنوع من الثقة الخجولة التي يتميز بها - بأنه لا يستطيع حضورها بيقين، لكن العميد أصر على أن يكتب هاردي إلى أهله ويخبرهم بهذا، كانوا أشخاصاً متدينين وكان العميد يعلم هذا كما أن هاردي يعلم هذا أكثر بكثير ويعلم أن أخباراً كهذه ستسبب لهم ألماً لا يمكننا تخيله الآن بعد سبعين عاماً.

تصارع هاردي مع ضميره كثيراً، فهو لم يكن بليغاً بما يكفي ليطرح الموضوع بشكل سلس، كما لم يكن بليغاً بما يكفي ليطلب النصيحة

من أصدقائه ذوي التفكير الأكثر انفتاحاً مثل جورج تريفيليان وديسموند ماك كارثي اللذين من المحتمل أن يعرفا كيف يتعاملان مع هذه المسألة، وقد أخبرني يوماً في فينر عن الجرح الذي ما يزال يعتمل في صدره، ففي النهاية كتب الرسالة، يعود السبب جزئياً إلى هذه الحادثة في أن عدم إيمانه الديني بقي مفتوحاً ونشيطاً دائماً بعد ذلك، فقد كان يرفض دائماً الذهاب إلى مكان الصلاة في أية كلية حتى للقيام بأعمال رسمية كانتخاب مدير مثلاً، كان لديه أصدقاء من الكهنة لكن الله كان عدوه الشخصي، في كل هذا كان هناك صدىً للقرن التاسع عشر لكن من الخطأ - كما هي الحال دائماً مع هاردي - ألا نأخذ شخصيته بعين الاعتبار.

لقد حول هذا العداء إلى مناورات، وأذكر يوماً في الثلاثينات أني رأيته يحتفل بانتصار صغير، حدث هذا في مباراة للكريكت تجري في الصباح الباكر وكانت الشمس ساطعة فوق البناء، اشتكى ضارب الكرة المواجه للحضانة من أنه غير قادر على الرؤية بسبب انعكاس ضوء الشمس من مكان غير معلوم، تحير الحكام في معرفة سبب الانعكاس، أهو السيارات؟ لا، النوافذ؟ لا نوافذ في جهة الملعب، في النهاية لاحق أحد الحكام الشعاع المنعكس ليكتشف أنه آت من صليب كبير على صدر أحد الكهنة، طلب منه الحكم بأدب أن ينزعه عن صدره، في الجوار كان هاردي غارقاً في نشوة شيطانية، وعندما حان وقت الغداء لم يكن لديه الوقت للطعام: فقد كان يكتب بطاقات بريدية (حيث كانت البطاقات البريدية والتلغرامات هي وسيلته المفضلة للمراسلة) إلى كلٍّ من أصدقائه الكهنة.

لكن في حربه ضد الله ونوابه لم يكن النصر في جانب واحد دائماً، ففي إحدى ليالي أيار الجميلة في فينر - في نفس تلك الفترة تقريباً - ملأ الأرضَ صوت أجراس الساعة السادسة، وعندها قال هاردي ببساطة 'لسوء الحظ ينبغي قضاء بعض من أجمل ساعات العمر مع أصوات كنيسة كاثوليكية رومانية.'

الإحباط الثانوي الثاني خلال سنواته الدراسية كان مهنياً، فمنذ أيام نيوتن تقريباً وخلال القرن التاسع عشر بكامله كانت كامبردج مسيطرة على امتحان بكالوريوس الرياضيات القديمة، فقد كان للإنكليز دائماً ثقة بالامتحانات التنافسية أكثر من أي شعب آخر (باستثناء الشعب الإمبراطوري الصيني ربما): فقد أداروا هذه الامتحانات بعدالة تقليدية لكنهم غالباً ما أظهروا تصلباً وأفكاراً خشبية في اتخاذ قرار حول كيف ينبغي أن تبدو هذه الامتحانات، وهذا صحيح حتى يومنا هذا، لقد كان امتحاناً تضمنت أسئلته صعوبة ميكانيكية كبيرة لكنها - للأسف - لم تعطِ أية فرصة لإظهار الخيال الرياضي أو البصيرة أو أية مقدرة يحتاجها الرياضي المبدع، تم ترتيب أقوى المرشحين (Wranglers أي أعضاء الصف الأول) على أساس الدرجات بترتيب عددي صارم، وكانت الكليات تحتفل عندما يصبح أحد أفرادها من الصف الأول هذا؛ وأول شخص أو اثنين من الصف الأول يُنتخَبون مباشرةً ليحصلوا على العضوية.

كان كل هذا إنكليزياً، وكانت له سيئة واحدة أشار إليها هاردي بوضوحه الجدلي منذ أصبح رياضياً بارزاً ومتورطاً في هذا الأمر مع حليفه القوي ليتلوود: لقد أدت هذه الامتحانات إلى تدمير الرياضيات الجادة في إنكلترا على مدى مئة سنة.

في الفصل الأول في ترينيتي وجد هاردي نفسه أسير هذا النظام، فقد كان عليه أن يتدرب كحصان سباق عبر منهاج من التمارين الرياضية التي تعرَّف إليها عندما كان في التاسعة عشرة على أنها عديمة المعنى، تم إرساله إلى مدرب شهير كان يذهب إليه كافة الأفراد الذين من المحتمل أن يصبحوا من الصف الأول، فقد كان هذا المدرب يعرف كافة العوائق وكافة خدع الممتحنين وكان فوق هذا غير مهتم بالموضوع بحد ذاته، عند هذه النقطة كان إنشتاين الشاب سيتمرد: فإما أن يترك كامبردج أو لا ينجز أي عمل رسمي لثلاث سنوات، لكن هاردي وُلد في مناخ إنكليزي شديد الاحتراف (له إيجابياته كما له سلبياته أيضاً)، فبعد أن فكر في تغيير اختصاصه إلى التاريخ أحس أن عليه إيجاد رياضي حقيقي ليعلمه، وقد عبر هاردي عن تقديره له في *الاعتذار*: 'تفتحت عيناي لأول مرة على يد البروفسور لوف الذي علمني على مدى عدة فصول وأعطاني المفهوم الجاد الأول عن التحليل، لكن الفضل الكبير الذي أدين به إليه - حيث كان رياضياً تطبيقياً بالأساس - كان نصيحته لي بأن أقرأ الكتاب الشهير Cours d'analyse (منهاج في التحليل) لجوردان؛ ولن أنسى ما حييت ذلك الذهول الذي قرأت به هذا العمل العظيم الذي كان الملهم الأول للعديد من الرياضيين من جيلي وتعلمت للمرة الأولى وأنا أقرأه ماذا تعني الرياضيات حقيقةً، ومنذ ذلك الحين أصبحت بطريقتي الخاصة رياضياً حقيقياً مع طموحات رياضية راسخة وشغف حقيقي تجاه الرياضيات.'

كان ترتيبه هو الرابع في الصف الأول عام 1898 مما أغضبه وأشعره بالضعف بحسب اعترافاته، فقد كان منافساً طبيعياً بما يكفي ليشعر أن عليه

الفوز بالسباق رغم سخافته، في العام 1900 حصل على الجزء الثاني من البكالوريوس مع مرتبة الشرف والذي هو امتحان يستحق الاحترام أكثر وحصل بهذا على موقعه الصحيح وعلى العضوية التي يطمح إليها.

منذ ذلك الحين أصبحت حياته مستقرة بجوهرها، كان يعرف هدفه الذي كان ترسيخ التحليل الرياضي الإنكليزي، لم ينحرف عن الأبحاث التي اعتبرها 'المسرة الدائمة الكبرى في حياتي'، ولم يكن هناك أي قلق حول ما ينبغي أن يقوم به، فلا هو ولا أي شخص آخر ساوره الشك حول موهبته العظيمة، حيث انتُخِب في الجمعية الملكية في الثالثة والثلاثين من عمره.

كان محظوظاً بشكل غير طبيعي من عدة نواحٍ، إذ لم يكن عليه أن يفكر بحياته المهنية، فمذ كان في الثالثة والعشرين من عمره حظي بكل الراحة التي يمكن أن يحتاجها أي شخص كما كان لديه من المال ما يكفيه، فقد كان موسراً كمدرس في ترينيتي بعد العام 1900. كان هاردي يتعامل مع المال بعقلانية يصرفه عندما يشعر بالحاجة إلى ذلك (بغاية محددة أحيانا مثل جولة في سيارة أجرة لمسافة خمسين ميلاً) وفيما عدا ذلك لم يكن على الإطلاق ساذجاً بشأن الاستثمارات، لقد لعب لعبته وأطلق العنان لغرابة أطواره، كان يعيش في إحدى أفضل الشركات الفكرية في العالم - جي إي مور ووايتهيد وبرتراند راسل وتريفيلين - مجتمع ترينيتي الراقي الذي وجد متممه الفني بسرعة في بلومسباري (كانت لهاردي شخصياً روابط مع بلومسباري سواء من حيث الصداقة الشخصية أو الانسجام)، وفي الدائرة المتألقة كان واحداً من أكثر الشباب تألقاً وأحد أكثرهم اندفاعاً.

سأشير الآن إلى ما سأقوله لاحقاً، فقد بقيت حياته حياة شاب راقٍ حتى أصبح كهلاً؛ وكذلك بقيت روحه؛ فألعابه واهتماماته حافظت على إشراق الأستاذ الشاب، ومثل العديد من الرجال الذين حافظوا على اهتمامات الشباب حتى الستين من العمر كانت سنواته الأخيرة أكثر ظلاماً لهذا السبب.

كان القسم الأكبر من حياته إذاً أسعد من الكثير منا، فقد كان لديه كثير جداً من الأصدقاء من أنواع مختلفة بشكل يدعو للدهشة، وكان على هؤلاء الأصدقاء أن ينجحوا بنوع من الاختبارات الخاصة: فقد كان عليهم أن يمتلكوا مقدرة تدعى 'الالتفاف' (وهي مصطلح في لعبة الكريكت لا يمكن ترجمته: وهو يتطلب قدرة معينة على الانعطاف أو المناورة التهكمية)، من بين الشخصيات العامة كان سيحصل ماكميلان وكينيدي على علامة مرتفعة في الالتفاف أما تشرتشل وأيزنهاور فلا)، لكنه كان متسامحاً ومخلصاً ومفعماً بالحيوية إلى أقصى حد ومولعاً بأصدقائه بطريقة لا يمكن إثباتها عقلانياً. في إحدى المرات كنت مجبراً على الذهاب ورؤيته في الصباح وهو وقت مخصص دائماً للعمل الرياضي، كان جالساً على مكتبه يكتب بخطه الجميل، همست له ببعض العبارات المؤدبة المعتادة بأنني أرجو ألا أكون قد سببت له الإزعاج، ذاب فجأة بابتسامة مكشرة عريضة وقال 'مثلما ينبغي أن تكون قادراً على الملاحظة؛ الجواب على ذلك هو نعم لكنني رغم هذا سعيد برؤيتك'، في الستينات من عمره وكنا نعرف بعضنا جيداً لم يقل لي أي شيء أكثر تعبيراً من هذا باستثناء أنه على فراش الموت أخبرني أنه كان ينتظر زيارتي.

أعتقد أن تجربتي كانت مشتركة مع أغلب أصدقائه المقربين، لكن كانت لديه في فترات مختلفة من حياته علاقتان أو ثلاث مختلفة نوعياً، كانت عواطف هائلة وممتعة جداً؛ غير فيزيائية لكنها مثيرة، العلاقة التي علمت بها كانت مع شاب ذي طبيعة روحية رقيقة يمثل طبيعته هو، أعتقد - رغم أنني علمت بهذا فقط من خلال ملاحظات عن طريق الصدفة - أن الأمر نفسه صحيح أيضاً من أجل الآخرين، بالنسبة للكثير من الناس في جيلنا قد تبدو علاقات كهذه إما غير مُرضية أو مستحيلة، إلا أنها لم تكن لا هذا ولا ذلك؛ وما لم نسلِّم بها لن نبدأ بفهم مزاج أشخاص مثل هاردي (فهم نادرون لكن ليس بندرة وحيد القرن) ولا مجتمع كامبردج في أيامه، فهو لم يكن يحصل على الرضا الذي لا يتمكن أغلبنا من إيجاده بل كان يعرف نفسه جيداً بشكل غير طبيعي وهذا لم يجعله غير سعيد، فحياته الداخلية كانت ملكاً له وكانت غنية جداً، أما الحزن فأتى في النهاية، فباستثناء أخته التي كرست نفسها له لم يكن أحد بجانبه.

بتهكم الرواقيين يقول في *الاعتذار* - الذي هو كتاب عن الحزن اليائس رغم ما يحويه من بهجة - إنه عندما يفقد الإنسان القدرة على الإبداع أو الرغبة فيه 'إنه أمر يدعو للشفقة لكن أحداً لن يهتم له كثيراً في تلك الحالة وسيكون من السخافة بمكان أن يزعج الآخرون أنفسهم به.' هكذا عالج حياته خارج الرياضيات، فالرياضيات كانت مبرر وجوده، كان من السهل أن ننسى ذلك في ألق رفقته تماماً كما كان من السهل في وجود الشغف الأخلاقي لإنشتاين أن ننسى أن مبرر وجوده بالنسبة له كان بحثه عن القوانين الفيزيائية، فهذا كان جوهر حياتهم منذ بداية شبابهم حتى وفاتهم.

هاردي – خلافاً لإنشتاين – لم يقم ببداية سريعة، فقد كانت مقالاته الأولى بين عامي 1900 و1911 جيدة بما يكفي لتوصله إلى الجمعية الملكية وتُكسبه سمعة عالمية لكنه لم يعتبرها مهمة، وهذا لم يكن تواضعاً كاذباً هنا أيضاً بل هو محاكمة من أستاذ قدير يعلم بدقة أيٌّ من أعماله قيِّم وأي منها ليس كذلك.

في العام 1911 بدأ تعاوناً مع ليتلوود دام خمساً وثلاثين سنة، وفي العام 1913 اكتشف رامانوجان وبدأ تعاوناً آخر معه، وقد أنجز كافة أعماله الأساسية ضمن هاتين الشراكتين وكان أغلبها مع ليتلوود حيث شكلا معاً أشهر تعاون في تاريخ الرياضيات، إذ لم يكن هناك ما يشبهه في أي علم أو – على حد علمي – في أي حقل إبداعي، فقد أنتجا معاً حوالي مئة مقالة الكثير الجيد منها 'من صف برادمان'، الرياضيون الذين لم يكونوا أصدقاء لهاردي في سنواته الأخيرة ولا أصدقاء للكريكت بقوا يرددون أن مصطلح أعلى مستوى من الإطراء لديه هو 'من صف هوبس'، إلا أنه لم يكن كذلك؛ فقد كان عليه أن يغير ترتيب الاستحقاق على مضض لأن هوبس كان أحد المفضلين لديه، فقد وصلتني مرةً بطاقة بريدية منه – ربما في العام 1938 – تقول 'يشكل برادمان صفاً كاملاً أعلى من أي ضارب كرة عاش على وجه الأرض؛ فإذا بقي أرخميدس ونيوتن وغاوس في صف هوبس فعلي أن أقبل بإمكانية وجود صف أعلى منهم وهذا ما أجد من الصعب تخيله، فمن الأفضل لـهم أن ينتقلوا من الآن فصاعداً إلى صف برادمان.'

سيطرت أبحاث هاردي وليتلوود على الرياضيات البحتة الإنكليزية وعلى الكثير من الرياضيات البحتة في العالم على مدى جيل، وإنه من

المبكر أن نقول - كما أخبرني الرياضيون - إلى أي حد غيرا مسار التحليل الرياضي أو كم سيكون عملهما مؤثراً خلال مئة عام، أما عن ديمومة قيمته فلا أحد يسأل.

كان عملهما - كما قلت سابقاً - هو أعظم تعاون، لكن أحداً لا يعلم كيف قاما به، وما لم يخبرنا ليتلوود بهذا لن يعلم به أحد أبداً، أوردت مسبقاً تقييم هاردي بأن ليتلوود كان الرياضي الأقوى بينهما؛ فقد كتب هاردي أنه كان يعلم بأنه 'لا يوجد شخص آخر بإمكانه أن يسيطر على هذه التشكيلة من نفاذ البصيرة والتقنية والقدرة'، كان ليتلوود وما يزال رجل عادياً أكثر من هاردي إلا أنه أكثر إثارة للاهتمام وربما أكثر تعقيداً منه، فلم تكن لديه أبداً ذائقة هاردي لنوع من التوهج الذهني الصافي ولهذا كان أبعد عن مركز المشهد الأكاديمي نوعاً ما، وهذا أدى إلى نكات من الرياضيين الأوربيين مثل أن هاردي اخترعه ليتحمل اللوم في حال أثبتوا وجود أي خطأ في واحدة من نظرياتهما، إنه في الحقيقة رجل له - من حيث العناد على الأقل - شخصية متفردة مثل هاردي نفسه.

من النظرة الأولى لا يبدو أيٌّ منهما هو الأسهل انقياداً، ومن الصعب أن نتخيل من منهما اقترح التعاون أولاً رغم أن أحدهما ينبغي أن يكون قد فعل ذلك، وليس لدى أي شخص دليل على كيفية اتفاقهما عليه، فخلال الفترة الأكثر إنتاجية لهما لم يكونا في الجامعة نفسها، وقد نُقل عن هارالد بور (شقيق نيلز بور كما أنه رياضي رائع) قوله إن أحد مبادئهما كان ما يلي: إذا كتب أحد رسالة إلى الآخر فليس على المستقبل أي التزام بأن يجيب عليها أو حتى أن يقرأها.

لا يمكنني أن أساهم بأي شيء في هذا السياق، فقد تكلم هاردي معي - طوال العديد من السنوات - عن كل موضوع يمكن تخيله باستثناء هذا التعاون، لقد قال بالطبع إنه كان أهم فرصة لحياته المهنية الإبداعية فقد تكلم عن ليتلوود بالمعاني التي قلتها سابقاً لكنه لم يلمح أبداً إلى طريقة تعاونهما، أنا لا أعرف في الرياضيات بما يكفي لفهم مقالاتهما لكنني اكتسبت بعضاً من لغتهما، ولو كان قد سرَّب أي شيء عن طرق تعاونهما فلا أعتقد أنني كنت سأنساه، وأنا متأكد جداً من أن السرية - التي ليست من سماته وخاصة مع أصدقائه المقربين - كانت متعمَّدة ومدروسة بعناية.

أما فيما يتعلق باكتشافه لرامانوجان فلم يُظهر أية سرية على الإطلاق، فقد كان الحدث الرومنطيقي الأوحد في حياته: إنها على كل حال قصة باهرة ومورد افتخار لكل شخص فيها (باستثناء اثنين)، فذات صباح باكر في العام 1913 وجد بين رسائله على طاولة إفطاره ظرفاً كبيراً غير مرتب عليه طوابع هندية، وعندما فتحه وجد مجموعة أوراق قديمة مكتوب عليها بخط اليد كثير من الأسطر المليئة بالرموز بلغة غير إنكليزية، ألقى هاردي نظرة عجلى عليها دون حماس، كان عندها - في السادسة والثلاثين من عمره - رياضياً مشهوراً على مستوى العالم، والرياضيون المشهورون عادةً ما يكونون عرضة للناس المهووسين بأفكار غريبة كما كان قد اكتشف مسبقاً، وكان قد اعتاد على تلقي مخطوطات من غرباء تثبت الحكمة النبوية من الهرم الكبير أو تكشف أسرار قدماء زيون أو مخطوطات أضافها باكون في مسرحيات المدعو شكسبير.

وهكذا أحس هاردي بالضجر أكثر من أي شيء آخر، ألقى نظرة على الرسالة المكتوبة بإنكليزية ركيكة والموقعة من شخص هندي غير معروف والتي تطلب منه إبداء الرأي في هذه الاكتشافات الرياضية. بدا أن المخطوطات تتضمن نظريات - أغلبها غير منظم أو غريب المظهر وكانت واحدة أو اثنتان منها معروفة - مرتبة كما لو كانت نظريات حديثة ومبتكرة، لم يكن هناك إثبات من أي نوع. لم يكن هاردي ضجراً فحسب بل متردداً أيضاً، فقد بدا له الأمر خدعة فضولية، وضع المخطوط جانباً وعاد إلى نمط حياته اليومية، وبما أن نمط الحياة هذا لم يتغير طوال حياته فمن الممكن التذكير به، أولاً كان يقرأ *التايمز* أثناء الإفطار، حدث هذا في كانون الثاني وإذا كانت هناك أية نتائج كريكت أسترالية كان يبدأ بها ويدرسها باهتمام واضح وكثيف.

ماريانذ كينيس الذي بدأ حياته المهنية كرياضي وكان صديقاً لهاردي وبخه ذات مرة قائلاً: لو كان يقرأ أسعار تداول السلع نصف ساعة كل يوم بنفس التركيز الذي يوليه لنتائج الكريكت لكان أصبح رجلاً ثرياً بلا شك.

بعد ذلك من حوالي التاسعة إلى الواحدة إن لم تكن لديه محاضرات كان يعمل على رياضياته الخاصة، أربع ساعات من العمل الإبداعي كل يوم كانت تشكل الحد الأعلى للرياضي مثلما كان يقول دائماً، ثم الغداء الذي هو وجبة خفيفة في الصالة، وبعد الغداء كان يخرج ليمارس لعبة التنس (أما في الصيف فكان يسير إلى فينر لمشاهدة الكريكت)، في آخر فترة الظهيرة يتمشى عائداً إلى غرفه. أما في ذلك اليوم بالذات فرغم أن برنامجه اليومي لم يتغير إلا أن أشياء داخلية لم

تكن تجري حسب الخطة المعتادة، ففي تفكيره الداخلي كان يشعر بالمتعة التامة في هذه اللعبة وكان مخطوط ذلك الهندي ينخر رأسه، نظريات غير منظمة - نظريات تبدو كما لو أنه لم يشاهدها من قبل ولم يتخيلها حتى، هل هي خدعة من شخص عبقري؟ سؤال كان يطرح نفسه في ذهنه، ومثلما كان ذهن هاردي كان السؤال يطرح نفسه بوضوح واعٍ وذكي: هل كونها خدعة من شخص عبقري أمر محتمل أكثر من كونها من رياضي عبقري غير معروف؟ كان الجواب هو لا بوضوح، ولدى عودته إلى غرفه في ترينيتي ألقى نظرة أخرى على المخطوط، أرسل ملاحظة إلى ليتلوود (ربما مع المراسل وبالتأكيد ليس عبر الهاتف الذي لم يكن يثق به كثيراً مثل كافة الاختراعات الميكانيكية بما في ذلك قلم الحبر) بأن عليهما أن يتناقشا بعد الاجتماع في القاعة.

عندما انتهى الطعام ربما كان هناك تأخير بسيط، كان هاردي يحب احتساء كأس من النبيذ لكنه - رغم مشاهد 'آلان سانت أوبين' المتألقة التي ألهبت خياله الشاب - لم يجد أنه استمتع حقاً بالتسكع في قاعة الاجتماعات مع البورت والجوز أما ليتلوود - الرجل متوسط الحساسية - فقد كان يستمتع به، وهكذا ربما حدث نوع من التأخير، في حوالي التاسعة على كل حال كانا في إحدى غرف هاردي والمخطوط منشور أمامهما.

إنها فرصة يتمنى أي شخص أن يكون حاضراً فيها، هاردي بمزيج من الوضوح الذي لا يرحم والحيوية الفكرية (كان إنكليزياً حقيقياً لكنه في محاكماته أظهر الخصائص التي كانت الأدمغة اللاتينية غالباً ما تفترض أنها تمتلكها) مع ليتلوود واسع الخيال والقوي الظريف، من الواضح أن الأمر لم يستغرق معهما وقتاً طويلاً، فقبل منتصف الليل علما على

وجه اليقين أن كاتب هذه المخطوطات رجل عبقري، كان هذا كل ما استطاعا أن يحكما به تلك الليلة، ولاحقاً فقط تمكن هاردي من اتخاذ قرار بأن رامانوجان كان - من حيث العبقرية الرياضية الطبيعية - من رتبة غاوس وأويلر؛ لكن ما لم يتمكن من توقعه - بسبب العيوب في تعليمه ولأنه أتى إلى المشهد متأخراً جداً في مسيرة تاريخ الرياضيات - هو أن يتعاون معه على نفس المستوى.

يبدو سهلاً جداً نوع المحاكمة التي على الرياضيين العظام أن يقوموا بها، لكنني أشرت إلى وجود شخصين لم يحصلا على الفخر من القصة، بدافع من شهامته أخفى هاردي هذا في كل ما قاله أو كتبه عن رامانوجان، فالشخصان المعنيان قد توفيا على كلٍ حال منذ سنوات وقد حان الوقت الآن لقول الحقيقة، إنها بسيطة جداً، فهاردي لم يكن أولَ رياضي بارز تُرسَل إليه مخطوطات رامانوجان، إذ كان هناك اثنان قبله وكلاهما إنكليزي ومن أعلى المعايير الاحترافية، وقد أعاد كلاهما المخطوطات دون تعليق، لا أعتقد أن التاريخ سيروي ما قالاه - هذا إن قالا شيئاً - عندما أصبح رامانوجان مشهوراً.

على كل حال بدأ هاردي بالعمل الجدي في اليوم التالي، فقد قرر أنه ينبغي إحضار رامانوجان إلى إنكلترا، لم يكن المال مشكلة أساسية، فترينيتي جيدة عادةً في دعم المواهب غير التقليدية (وقد فعلت الشيء نفسه مع كابيتسا بعد عدة سنوات)، وبما أن هاردي قرر هذا الأمر فليس باستطاعة أي كائن بشري أن يوقف رامانوجان، لكنهم كانوا بحاجة إلى قدر من المساعدة من أحد فوق الطبيعة البشرية.

ظهر أن رامانوجان رجل دين فقير يعيش في مادراس مع زوجته بعشرين جنيهاً إسترلينياً في السنة، لكنه كان أيضاً براهمياً صارماً بشأن طقوسه الدينية مع أم أكثر صرامة منه حتى، وقد بدا من المستحيل أن يكسر التحريم ويعبر الماء، لكن أمه - لحسن الحظ - كانت تكن أعلى مرتبة من التقديس للآلهة ناماكال، وذات صباح أطلقت أم رامانوجان إعلاناً مريعاً، فقد حلمت في الليلة السابقة بأنها رأت ابنها يجلس في قاعة كبيرة بين مجموعة من الأوربيين وأن الآلهة ناماكال أمرتها بألا تقف في طريق ابنها ليحقق الغرض من حياته، وهذا - بحسب ما يقول كاتبو سيرة رامانوجان الهنود - كان مفاجئاً جداً لكل من كان يعنيه الأمر.

في العام 1914 وصل رامانوجان إلى إنكلترا، وحسبما اكتشف هاردي (رغم أنني ينبغي ألا أثق برؤيته حول هذا الموضوع) فإن رامانوجان - رغم الصعوبات التي واجهته في كسر المحرمات الدينية - لم يكن يؤمن كثيراً بالعقيدة اللاهوتية باستثناء نزعة وحيدة مبهمة إلى فعل الخير أي ليس أكثر مما كان يؤمن به هاردي بنفسه. وعندما وضعته ترينيتي في الكلية - حيث حصل على العضوية بعد أربع سنوات - لم يكن هناك تأثير "آلان سانت أوبين" عليه على الإطلاق، وقد اعتاد هاردي على أن يجده تغير من حيث الطقوس في ثياب النوم وهو يطبخ الخضراوات بشكل مثير للشفقة في مقلاة في غرفته الخاصة.

كان تعاونهما مؤثراً بشكل غريب جداً، فلم ينسَ هاردي أنه موجود في حضرة عبقري: لكنه عبقري غير متدرب حتى في الرياضيات، إذ لم يتمكن رامانوجان من دخول جامعة مادراس لأنه لم ينجح في امتحان

القبول باللغة الإنكليزية، وبحسب هاردي فقد كان ودوداً وحسن السجية لكنه قد وجد دون شك أن نقاشات هاردي خارج الرياضيات مربكة أحياناً، يبدو أنه كان يستمع مع ابتسامة على وجهه الجميل الودود غير المتكلف، وحتى داخل الرياضيات كان عليهما أن يتفقا رغم الاختلاف في ثقافتيهما، فقد تعلّم رامانوجان بنفسه ولم يكن يعلم أي شيء عن الصرامة الحديثة بمعنى أنه لم يكن يعرف ما هو الإثبات، وفي لحظة تفتقر إلى الدقة ولا تعبر عن شخصيته كتب هاردي مرةً أنه لو كان تعلم بشكل أفضل لما بقي رامانوجان نفسَه، لكن لدى عودته إلى إحساسه التهكمي صحح هاردي نفسه لاحقاً وقال إن مقولته السابقة كانت سفاسف تافهة، فلو كان رامانوجان قد تعلم بشكل أفضل لأصبح أكثر روعةً حتى مما كان عليه، في الحقيقة كان هاردي مجبراً على تعليمه بعض الرياضيات الاصطلاحية كما لو كان رامانوجان مرشحاً للدراسة في مدرسة وينتشستر، قال هاردي إن هذه كانت التجربة الأكثر فرادةً في حياته: كيف تبدو الرياضيات الحديثة بالنسبة لشخص ذي أعمق بصيرة لكنه لم يسمع أبداً بمعظمها؟

على كل حال أنتجا مع بعضهما خمس مقالات من أعلى المستويات أظهر فيها هاردي ابتكاراً بارزاً من ناحيته (إذ أن تفاصيل التعاون بينهما معروفة أكثر من تلك الخاصة بالتعاون بين هاردي وليتلوود)، فقد كوفئ الكرم والخيال لمرة واحدة بأفضل ما يمكن.

هذه قصة فضيلة إنسانية، فعندما يبدأ الناس بالتصرف بشكل جيد فإنهم يستمرون بالتصرف بشكل أفضل، ومن الجيد أن نتذكر أن إنكلترا أعطت رامانوجان ما أمكن من درجات الشرف، فقد انتخبته

الجمعية الملكية عضواً فيها في الثلاثين من عمره (وهو عمر صغير حتى بالنسبة لرياضي)، كما أن ترينيتي انتخبته عضواً في السنة ذاتها، وقد كان أول هندي يعطى أياً من هاتين المنزلتين، وقد أقر بالجميل بشكل ودي، لكنه مرض سريعاً وكان من الصعب - أثناء الحرب - نقله إلى مناخ أفضل.

اعتاد هاردي أن يزوره عندما كان يحتضر في مشفى في بوتني، وفي إحدى تلك الزيارات حدثت حادثة رقم لوحة سيارة الأجرة، فقد ذهب هاردي إلى بوتني في سيارة أجرة مثلما كانت عادته في التنقل، دخل إلى الغرفة التي كان يستلقي رامانوجان فيها، قال هاردي - الذي كان من الصعب عليه أن يبدأ بالحديث - ربما دون أن يلقي التحية وبالتأكيد كملاحظة أولى له: 'أعتقد أن رقم لوحة سيارة أجرتي كان 1792، يبدو لي أنه عدد غبي'، أجابه رامانوجان: 'لا هاردي! لا هاردي! إنه عدد مثير جداً للاهتمام، فهو أصغر عدد يمكن التعبير عنه كمجموع مكعبين بطريقتين مختلفتين.'

هذا ما جرى كما نقله هاردي، وينبغي أن يكون صحيحاً تماماً، فقد كان أكثر الرجال نزاهة، كما لا يمكن أن يكون أحد قد اخترع هذه المحادثة بين الرجلين.

توفي رامانوجان بمرض السل وعاد إلى مادراس بعد سنتين من الحرب، وكما كتب هاردي في *الاعتذار* في استعراضه لأسماء الرياضيين: 'توفي غالوا في الحادية والعشرين من عمره وآبل في السابعة والعشرين ورامانوجان في الثالثة والثلاثين وريمان في الأربعين... ولست أعلم مثالاً عن تقدم رياضي كبير بدأ به رجل تجاوز الخمسين.'

لولا التعاون مع رامانوجان لكانت سنوات الحرب بين 1914 و1918 أكثر إظلاماً بالنسبة لهاردي مما كانت عليه، لكنها كانت مظلمة بما يكفي رغم هذا وتركت جرحاً عاد وانفتح في الحرب الثانية، كان رجلاً ذا آراء متطرفة طوال حياته، إلا أن تطرفه كان مشوباً بمسحة من تنوير نهاية قرن وبداية آخر، وبالنسبة لجيلنا كان يبدو أحياناً أنه يتنفس هواءً أخف وأكثر براءة مما كنا نتنفسه.

مثل العديد من أصدقائه المفكرين في عصر الملك إدوارد السابع كان لديه شعور قوي تجاه الألمان، فألمانيا كانت - رغم كل شيء - هي القوة التعليمية العظمى في القرن التاسع عشر، وبالنسبة لأوربا الشرقية وروسيا والولايات المتحدة الأمريكية كانت الجامعات الألمانية هي من علّم معنى البحث، لم يطلع هاردي كثيراً على الفلسفة أو الأدب الألمانيين: فقد كانت ذائقته تقليدية جداً في هذين المجالين، لكن أغلب نواحي الثقافة الألمانية بما في ذلك الرفاهية الاجتماعية بدت له أعلى مستوى من ثقافته هو.

خلافاً لإنشتاين الذي كان لديه حس قوي وصارم جداً بالوجود السياسي لم يكن هاردي يعلم الكثير عن ألمانيا الولِيَمية، ورغم أنه كان أقل الناس خيلاءً إلا أنه كان سيكون أقل من البشر لو لم يتمتع بأن يكون موضع تقدير في ألمانيا أكثر مما هو في بلده، وهناك قصة طريفة في هذا الإطار تعود إلى تلك الفترة، فقد سمع هلبرت - وهو أحد أعظم الرياضيين الألمان - أن هاردي يعيش في مجموعة من الغرف غير المنظمة جيداً في ترينيتي، عندها كتب هلبرت مباشرةً إلى الرئيس موضحاً أن

هاردي هو أفضل الرياضيين ليس في ترينيتي بل في إنكلترا كلها وينبغي بالتالي أن يحصل على أفضل الغرف.

وهكذا فإن هاردي - مثل راسل والعديد من صفوة النخبة الفكرية في كامبردج - لم يعتقد أنه ينبغي خوض غمار الحرب، وإضافة إلى ذلك فإنه إلى جانب فقدان الثقة المتأصل بالسياسيين الإنكليز كان يعتقد أن توازن الأخطاء كان في صالح إنكلترا، لم يتمكن من إيجاد قاعدة مقنعة لاعتراض عقلاني واعٍ؛ فقد كانت استقامته الفكرية أقوى من ذلك. لقد تطوع في الحقيقة للخدمة في مشروع ديربي لكنه رُفض لأسباب طبية، إلا أنه شعر بالمزيد من العزلة في ترينيتي والسبب الأساسي لهذا هو رغبته العارمة بالقتال.

أُبعد راسل عن إلقاء المحاضرات في ظروف شديدة التعقيد (أراد هاردي أن يكتب الرواية التفصيلية الوحيدة عن هذه القضية بعد ربع قرن من الزمن من أجل إراحة نفسه في حرب أخرى)، كان أصدقاء هاردي بعيدين في الحرب، فليتلوود كان يصنع القذائف كملازم ثانٍ في سلاح المدفعية الملكية، وبسبب لا مبالاته البهيجة حصل على امتياز البقاء ملازماً ثانياً طوال أربع سنوات الحرب مما أثر في تعاونهما وإن لم يكن أوقفه بالكامل، كان العمل مع رامانوجان هو عزاء هاردي أثناء النزاعات المريرة في الكلّية.

فكرت أحياناً أنه كان - لمرة - أقل من كفء لزملائه، فبعضهم كان مهووساً نوعاً ما مثلما يكون الرجال في زمن الحرب، لكن بعضهم الآخر كان يعاني ويحاول أن يحافظ على نمط الحياة الاجتماعية، وأخيراً تحقق نصر للاستقامة الأكاديمية بأنه كان عليهم انتخاب رامانوجان

الذي كان تحت رعايته في حين كان هاردي يتكلم مع بعض المتخبين فقط ولا يتكلم أبداً مع آخرين.

لكنه رغم هذا كان تعيساً للغاية، وفور تمكّنه من ذلك غادر كامبردج، فقد عُرض عليه كرسي في أكسفورد في العام 1919 وسعى فوراً إلى أسعد أوقات حياته، كان قد أجرى مسبقاً تعاوناً رائعاً مع رامانوجان وليتلوود لكن التعاون مع ليتلوود ارتقى الآن إلى ذروته، كان هاردي - على حد تعبير نيوتن - 'في ريعان عمره الإبداعي' وهذا كان في بداية الأربعينات مما يُعتبر متأخراً عادةً بالنسبة لرياضي.

إلا أن هذا الإبداع المتقد - بحدوثه في هذا السن المتقدم - أعطاه إحساساً بالشباب الدائم وهو أمر يعني له أكثر مما يعنيه لأغلب الناس، فقد عاش حياة الشباب التي كانت طبيعته الأصلية، إذ كان يلعب المزيد من التنس ويصبح أفضل بسببه (فالتنس لعبة مرهقة تتطلب الكثير من الجهد) كما قام بعدة زيارات جيدة إلى جامعات أمريكية وأحب ذلك البلد كثيراً، إذ كان واحداً من الإنكليز المعجبين في تلك الأيام بالولايات المتحدة والاتحاد السوفييتي على السواء إلى حد ما، كما كان بالتأكيد الإنكليزي الوحيد - سواء في عصره أو في أي عصر كان - الذي كتب اقتراحاً جدياً إلى مفوّضي لعبة البيسبول (كرة القاعدة) يقترح فيه تصحيحاً تقنياً لإحدى قواعد اللعبة. كان عقد العشرينات بالنسبة له ولمعظم الليبراليين من جيله بزوغ فجر جديد، فقد اعتقد أن شقاء الحرب قد انتهى وأصبح جزءاً من الماضي.

سكن في الكلية الجديدة في منزل كما لم يحدث أبداً في كامبردج، وكان الجو المنزلي الحواري في أكسفورد مناسباً له، وفي ذلك المكان الذي كان

عندها كلية صغيرة وحميمية فضّل النمط الحواري الخاص به، حيث كانت هناك صحبة تتوق للاستماع إليه بعد الاجتماعات، وكان بإمكانهم التأقلم مع غرابة أطواره، فقد أدركوا أنه لم يكن رجلاً جيداً ورائعاً فحسب بل مسلياً أيضاً، فإذا أراد أن يلعب ألعاباً بالكلمات أو ألعاباً حقيقية (غريبةً أيضاً) في حقل الكريكت كانوا جاهزين لتمثيل دور المهزومين، فقد كانوا متأثرين به بشكل إنساني عادي، إذ كان محط احترام وتقدير من قبل لكن التأثر به لم يكن من هذه الناحية.

لم يبدُ أن أحداً كان يهتم بأنه كانت لديه صورة كبيرة للينين في غرفته، كان تطرف هاردي غير مفهوم نوعاً ما لكنه كان حقيقياً، فقد وُلد - كما شرحت سابقاً - في عائلة مهنية وقضى معظم حياته في برجوازية رفيعة لكنه كان يتصرف أقرب إلى الأرستقراطي أو - إذا أردنا الدقة أكثر - مثل أرستقراطي متأثر بالرومنطيقية، حيث اكتسب بعضاً من سلوكه - ربما - من صديقه برتراند راسل، لكن أغلب سلوكه كان نابعاً من ذاته بشكل فطري.

نجح بسهولة - دون أية مناصرة - مع الفقراء وتعيسي الحظ والخجولين (حيث كان اكتشافه لرامانوجان من ألعاب القدر ذات الدلالة الخاصة)، وكان يفضلهم على الأشخاص الذين كان يدعوهم بذوي المؤخرات الكبيرة - وهذا الوصف كان نفسياً أكثر منه شكلياً أو جسدياً - رغم أنه كانت هناك في ترينيتي في القرن التاسع عشر مقولة شهيرة لآدم سيدكويتش: 'لم ينجح أحد في العالم أبداً ما لم تكن له مؤخرة كبيرة'، أما بالنسبة لهاردي فذوو المؤخرات الكبيرة هم الإنكليز المغرورون المزدهرون الإمبرياليون البرجوازيون، وهذا يشمل أكثر

الأساقفة وأرباب العمل والقضاة وكافة السياسيين مع استثناء وحيد هو لويد جورج.

لإظهار ولائه قَبِل منصباً عاماً، فعلى مدى عامين (من 1924 إلى 1926) كان رئيساً لمؤسسة العمال العلميين، وقد قال بسخرية إنه كان خياراً غريباً لكونه 'العضو الأكثر اتصافاً بأنه غير عملي في المهنة الأكثر اتصافاً بأنها غير عملية في العالم'، لكنه لم يكن غير عملي كثيراً في الأشياء الهامة، إذ كان يقف ليبدي رأيه بتمعن وروية، وبعد وقت طويل عندما عملت مع فرانك كوزينس كان من دواعي سروري بالتأكيد أن أكتشف أنه كان لي صديقان ترأسا مكتباً في حركة الاتحاد التجاري هما كوزينس وهاردي.

ذلك الصيف في أواخر العشرينات في أكسفورد كان سعيداً جداً بحيث تساءل الناس فيما إذا كان سيعود يوماً إلى كامبردج، وهذا ما قام به عام 1931، وأعتقد أن هناك سببين لهذا، السبب الأول والأكثر حسماً هو أنه كان محترفاً وأن كامبردج كانت ما تزال مركز الرياضيات الإنكليزية وأن كرسي الرياضي هناك كان هو المكان المناسب لمحترف مثله، أما السبب الثاني – والغريب نوعاً ما – فهو أنه كان يفكر بتقدمه في السن، فقد كانت كليات أكسفورد إنسانية ومريحة جداً من عدة نواحٍ؛ لكن إن بقي في الكلية الجديدة فعليه أن يغادر غرفه بمجرد أن يتقاعد منها لدى وصوله إلى سن التقاعد أما إذا عاد إلى ترينيتي فسيتمكن من البقاء في الكلية حتى يموت، وهذا ما خطط للقيام به.

عندما عاد إلى كامبردج – كان ذلك هو الوقت الذي بدأت بالتعرف إليه فيه – كان في نهاية توهج فترته العظيمة، كان ما يزال سعيداً

ومبدعاً وإن لم يكن بقدر ما كان عليه في العشرينات لكن بما يكفي ليجعله يشعر أن قدرته ما تزال موجودة، كان مفعماً بالحيوية بقدر ما كان عليه في الكلية الجديدة، وهكذا حظينا بفرصة لنراه عن قرب في أفضل أيامه.

في الشتاءات – بعد أن أصبحنا صديقين – كنا ندعو بعضنا إلى العشاء في كليتينا مرة كل أسبوعين، وعندما يأتي الصيف كان مفروغاً منه أنه علينا اللقاء في أرض الكريكت. باستثناء بعض المناسبات الخاصة بقي يعمل بالرياضيات في الصباح ولا يصل إلى فينر إلا بعد الغداء، وقد كان يتمشى بخطوات طويلة مهذبة متثاقلة (كان رجلاً نحيلاً نوعاً ما ونشيطاً حتى في أواخر الخمسينات من عمره إذ كان يلعب التنس) خافضاً رأسه مع ربطة عنق وسترة صوفية مما يشكل منظراً يجذب أعين الجميع، 'هناك يمشي شاعر إغريقي' قالها مزارع مبتهجاً لدى مرور هاردي بجانب لوحة النتائج. لقد عمل على تحسين مكانه المفضل مقابل غرفه بحيث يتمكن من التقاط كل شعاع من ضوء الشمس إذ كان عاشقاً للشمس، وحتى يخدع الشمس أثناء سطوعها كان يحضر معه – حتى في ظهيرات أيار الرائعة – ما كان يدعوه 'البطارية المضادة لله' الخاصة به والتي كانت تتكون من ثلاث أو أربع سترات ومظلة تعود لأخته وظرف كبير يتضمن مخطوطات رياضية مثل أطروحة دكتوراه أو مقالة ينبغي أن يعطي حكماً فيها من أجل الجمعية الملكية أو بعض أسئلة الامتحانات، كان يشرح لمعارفه أن الله – اعتقاداً منه أن هاردي يتوقع أن يتغير الطقس مما يعطيه الفرصة ليعمل – يرتب لإبقاء السماء خالية من الغيوم بحيث يخالف توقعات هاردي هذه.

هناك كان يجلس، وليكمل متعته في الظهيرات الطويلة أثناء مشاهدة الكريكت كان يحب أن تبقى الشمس ساطعة وأن يوجد أشخاص يسعد بصحبتهم، التقنيات والتكتيكات وجمال اللعب كانت أعمق ما يجذبه إلى اللعبة، لن أحاول أن أشرح هذه النقاط فهذا غير ممكن ما لم يكن الشخص يعلم اللغة المستخدمة فيها تماماً كما أن بعضاً من أقوال هاردي المأثورة غير قابلة للشرح ما لم يكن الشخص يعرف اللغة المستخدمة في الكريكت أو نظرية الأعداد ومن الأفضل أن يعرف الاثنتين معاً، لحسن حظ العديد من أصدقائنا أنه كان يستسيغ الفكاهة الإنسانية أيضاً.

ربما كان أولَ شخص ينكر أن له أية بصيرة نفسية خاصة، لكنه كان أذكى الرجال وأكثرهم اتقاد ذهن وكان يقرأ الكثير كما كان لديه إحساس بالطبيعة الإنسانية وكان قوياً ومتسامحاً ولاذع الهجاء وخالياً تماماً من الغرور، كان نزيهاً بشكل روحي مثل قلة قليلة من الناس (أشك أن بإمكان أحد أن يكون أكثر نزاهة) وكان يشعر برعب ساخط من ادعاء الطموح والنقمة الشخصية وكافة الادعاءات الجليلة للفضائل الزائفة، والكريكت – التي هي أجمل الألعاب – هي الآن أكثرها زيفاً أيضاً، فمن المفترض أن تكون أفضل تعبير عن روح الفريق، إذ إنه على الشخص أن يفضِّل عدم إحراز أية نقطة مع رؤية فريقه يربح على أن يحرز مئة نقطة مع رؤية فريقه يخسر، وهذه القيم الخاصة ألهبت إحساس هاردي بالسخافة، وكجواب كان يعرض أقوالاً مأثورة، مثل:

'الكريكت هي اللعبة الوحيدة التي يمكنك فيها أن تلعب ضد أحد عشر لاعباً من الجانب الآخر وعشرة من جانبك.'

'إذا كنت عصبياً عندما تلعب في البداية فلا شيء يعيد ثقتك أكثر من رؤية الطرف الآخر يخرج.'

إذا كان مستمعوه محظوظين فسيكون بإمكانهم سماع ملاحظات أخرى - لا علاقة لها بالكريكت - تحسم الحوار كما في الكتابة، يتضمن *الاعتذار* بعضاً من هذه الملاحظات، وفيما يلي المزيد منها:

'لا ينبغي لرجل من الصف الأول أن يهدر وقته للتعبير عن رأي للغالبية، فبالتعريف هناك الكثير من الرجال للقيام بهذا.'

'قبل أن أتخرج كان يمكن لأحد أن يقترح - إذا كان تفكيره غير تقليدي بما يكفي - أن تولستوي أتى على مسافة كبيرة من جورج ميريديث كروائي؛ لكن لا أحد آخر - بالطبع - يمكن أن يفعل هذا' (قيل هذا عن صيحات الموضة، ويجدر التذكير هنا أنه عاش في أحد ألمع أجيال كامبردج على الإطلاق).

'الذكاء هبة ثانوية من أجل أي غرض جدي.'

'على الشبان أن يُعجَبوا بأنفسهم: لكن عليهم ألا يكونوا معتوهين.' (قيلت بعد أن حاول أحدهم أن يقنعه أن فينيغان وايك كانت آخر التحف الأدبية).

'أحياناً يُجبَر الشخص على قول أشياء صعبة لكن عليه أن يقولها بأبسط طريقة يعرفها.'

أحياناً كان حماسه يقل أثناء مشاهدته للكريكت، وعندها كان يطلب منا اختيار فِرَق: فرق تبدأ أسماؤها بالحرفين HA (الحرفين الأول

والثاني من Hardian وHanibal) أو SN أو فريق ترينيتي أو كريست وما إلى ذلك.

كانت لديه تسلية مفضلة أخرى، كان يقول 'قيِّم ذلك الرجل الذي التقيتَه مساء أمس' وعندها ينبغي تقييم شخص ما من بإعطائه درجة من 100 في كلٍ من الفئات التي استغرق هاردي وقتاً طويلاً في ابتكارها وتعريفها، متصلب ومنعزل ('الرجل المتصلب ليس بالضرورة منعزلاً لكن كل الرجال المنعزلين دون استثناء يجب أن يكونوا متصلبين') وغامض وبراندي معتق وملتف بالإضافة إلى بعض الفئات الأخرى. صفات المتصلب والمنعزل والغامض تشرح نفسها بنفسها (دوق ولنغتون سيحصل على 100 في صفات المتصلب والمنعزل وعلى 0 في صفة الغامض)، أما صفة البراندي المعتق فقد أتت من شخصية أسطورية قالت إنها لم تشرب أي شيء باستثناء البراندي المعتق، وبالتالي فإن البراندي المعتق يعني - بالاستنتاج - مذاقاً غريباً وخاصاً لكن ضمن حدود المعقول، كشخصية (وككاتب من وجهة نظر هاردي لكن ليس من وجهة نظري أنا) فإن بروست يحصل على علامات عالية في صفة البراندي المعتق وكذلك يفعل إف. إي. ليندمان (الذي أصبح لورد تشيرويل فيما بعد).

مضت أيام الصيف، وبعد واحد من مواسم كامبردج القصيرة كانت هناك مباراة الجامعة، الترتيب للقائه في لندن لم يكن بسيطاً دائماً لأنه - كما أشرت سابقاً - كانت لديه ريبة مَرَضية من الأدوات الميكانيكية (إذ لم يستخدم ساعة أبداً) وخاصة من الهاتف، ففي غرفه في ترينيتي أو في شقته في ساحة سانت جورج كان دائماً يقول بنبرة مستنكرة وشريرة

نوعاً ما: 'إذا كنتَ مولعاً بالهاتف فهناك واحد في الغرفة المجاورة'، ومرة كان عليه أن يكلمني بالهاتف بشكل اضطراري؛ أتاني صوته غاضباً: 'لن أسمع كلمة تقولها لذا عندما أنتهي سأغلق السماعة فوراً، إنه أمر ضروري، عليك أن تأتيني الليلة بين التاسعة والعاشرة.' وأغلق الخط.

رغم هذا وصل بدقة على موعد مباراة الجامعة، هناك كان في كامل إشراقه عاماً بعد آخر، محاطاً بالأصدقاء - من الرجال والنساء - كان قد تحرر من خجله، كان في مركز اهتمامنا جميعاً وهو أمر لم يكن يكرهه، وأحياناً كان بالإمكان سماع ضحكات الحفلة من مكان بعيد عن الملعب.

في آخر سنوات سعادته هذه كان كل ما فعله خفيفاً مع رشاقة وترتيب ونوع من الأسلوب الخاص، الكريكت لعبة تمتاز بالرشاقة والترتيب ولهذا وجد الجمال الرسمي فيها، ورياضياته - مثلما قيل لي - ظلت تمتاز بهذه السمات الجمالية حتى آخر أعماله الإبداعية، وقد أُعطيتُ انطباعاً - يسحرني - بأنه كان محاوراً رائعاً في أجوائه الخاصة، وهذا كان صحيحاً إلى حد ما؛ لكنه كان أيضاً - فيما يعتبره مناسبات 'غير تافهة' (مما يعني مناسبات هامةً لأي من المشاركين بها) - مستمعاً جاداً وشديد التركيز، ومن الأصدقاء الحميمين الآخرين الذين عرفتهم - بمصادفات مختلفة - في نفس الفترة كان ويلز أسوأ مستمع مما يمكن تصوره أما رذرفورد فكان أفضل بشكل واضح ولويد جورج أحد أفضل المستمعين دائماً، لم يكن هاردي يستقي انطباعاته ومعرفته من كلمات الآخرين - كما كان لويد يفعل - لكن عقله كان تحت تصرفه،

وعندما سمع بمفهوم كتابي *الأساتذة* قبل أن أكتبه بعدة سنوات أجرى امتحاناً متبادلاً لي بحيث تحدثت عن الجزء الأكبر منه، وقد أنتج هو بعض الأفكار الجيدة، أتمنى لو كان قادراً على قراءة الكتاب الذي أعتقد أنه كان ربما سيعجبه، وعلى كل حال فإنني أهديت هذا الكتاب إلى ذكراه بناءً على هذه الأمنية.

في الملاحظة الموجودة في نهاية *الاعتذار* رجع إلى نقاشات أخرى جرت إحداها على مدى طويل جداً وكانت أحياناً تتسم بالغضب من كلينا، في الحرب العالمية الثانية كان لدى كلينا آراء مختلفة لكنها انفعالية مثلما سأشير بعد قليل، لم أغير رأيه قيد أنملة في حين أنه - رغم أننا كنا مفصولين عن بعضنا ببحر من العواطف - على مستوى المنطق كان يدرك تماماً ما كنت أقوله، وهذا كان صحيحاً في أي من النقاشات التي أجريتها معه.

خلال الثلاثينات عاش أسلوبه الخاص من حياة الشباب، ثم انكسر هذا فجأة، في العام 1939 أصيب بجلطة في الشريان التاجي، تعافى منها لكن التنس والسكواش والنشاطات الفيزيائية التي كان يحبها أصبحت كلها غير ممكنة، والحرب أظلمته أكثر مثلما فعلت الحرب الأولى، فقد كانتا بالنسبة له قطعتين متصلتين من الحماقة، كلنا على خطأ ولم يتمكن من جعل نفسه تتأقلم مع الحرب أكثر مما فعل في العام 1914، توفي أحد أقرب أصدقائه بطريقة مفجعة كما أن قدراته الإبداعية كرياضي غادرته في الستينات من عمره (وفي اعتقادي أن هذه المآسي كانت متصلة مع بعضها).

لهذا فإن كتاب *اعتذار عالم رياضيات* - إذا قرئ بالاهتمام الأدبي الذي يستحقه - كتاب يحمل في طياته كآبة لا تُنسى، نعم إنه كتاب

ظريف ورشيق مع معنويات فكرية عالية؛ نعم إن الوضوح الشفاف والصراحة ما يزالان موجودين فيه؛ نعم إنه ميثاق فنان مبدع، لكنه أيضاً - بطريقة رزينة واهنة - مرثاة انفعالية لقدرات إبداعية كانت موجودة ولن تعود أبداً، لا أعرف مثيلاً لهذا في اللغة؛ وهذا عائد جزئياً إلى أن معظم الناس الذين لديهم الهبة الأدبية للتعبير عن مرثاة كهذه ليسوا قادرين على الإحساس بها، ومن النادر جداً لكاتب أن يُدرك بهذا القدر من الصدق أنه قد انتهى تماماً.

لدى رؤيته في تلك السنوات لم أستطع منع نفسي من التفكير في الثمن الذي دفعه من أجل حياة الشباب التي عاشها، فقد كان هذا مثل رؤية لاعب رياضي على مدى سنوات طويلة في ذروة الشباب والمهارة أكثر شباباً وبهجة من الآخرين ثم يكون علينا أن تقبل فجأة أن الهبة المعطاة له قد زالت، من الشائع أن نقابل أبطالاً رياضيين عظاماً تواروا - كما يسمون ذلك - خلف الهضبة: حيث تكون خطواتهم قد تثاقلت (وغالباً ما تدوم نظراتهم أطول) وضرباتهم لم تعد بتلك القوة، ويميلدون مكان ينبغي الخوف منه؛ فالجماهير تأتي لتشاهد شخصاً آخر، وهذه هي النقطة التي تجعل العديد من الأبطال الرياضيين يدمنون على الشراب، لم يدمن هاردي على الشراب لكنه أدمن على شيء مثل اليأس، تعافى جسدياً بما يكفي ليضرب الكرة بالمضرب على الشبكات لمدة عشر دقائق أو ليلعب تمارين رفع اللياقة التي تعجبه (مع مجموعة معقدة من التمارين الإضافية) في ملاعب ترينيتي، لكن هذا غالباً ما كان غير قادر على تحفيز متعته - فقبل ثلاث أو أربع سنوات كان اهتمامه بكل شيء متقداً بحيث يشعرنا جميعاً بالضجر والتعب،

'لا ينبغي أن يشعر أحد بالضجر أبداً' كانت إحدى بديهياته، 'يمكن أن يكون الشخص مرتعباً أو مشمئزاً لكن لا يمكن أن يكون ضجراً'، لكنه أصبح هكذا غالباً مجرد شخص يشعر بالضجر.

لهذا شجعه بعض أصدقائه - بما فيهم أنا - على كتابة قصة برتراند راسل وترينيتي في الحرب بين عامي 1914 و1918، الناس الذين لم يكونوا يعرفون كم هاردي مكتئب كانوا يعتقدون أن الحادثة بأكملها قد انتهت وينبغي ألا يتم نبشها مجدداً، إلا أن الحقيقة أنها أحيته ليجد أي نوع من المبرر لوجوده، تم توزيع الكتاب على مستوى ضيق ولم يتم توزيعه على العموم وهذا مؤسف لأنه يشكل إضافة صغيرة إلى التاريخ الأكاديمي.

استخدمت طرق إقناع كهذه لأحمله على تأليف كتاب آخر كان قد وعدني في أيامه السعيدة أن يكتبه، كان من المفروض أن يسميه يوم *في الأرض البيضوية* وكان ينبغي أن يتحدث فيه عن نفسه وهو يتابع الكريكت على مدى يوم كامل مع التوسع في أبحاث عن اللعبة والطبيعة الإنسانية وذكرياته والحياة بشكل عام، ربما كان سيُعَد كتاباً كلاسيكياً غريب الأطوار نوعاً ما؛ لكنه لم يُكتَب أبداً.

لم أكن عوناً كبيراً له في تلك السنوات الأخيرة، فقد كنت منغمساً بشدة في الخدمة المدنية في زمن الحرب وكنت مشغولاً جداً وغالباً ما كنت متعباً بحيث لا أجد نفسي قادراً على الذهاب إلى كامبردج، لكن كان علي أن أبذل جهداً أكثر مما فعلت، وعلي أن أعترف نادماً بأنه كانت هناك فجوة في الانسجام - وليس بالضبط فتوراً - بيننا، فقد أعارني شقته في بليمليكو - شقة مظلمة رثة تقع خارجها حدائق ساحة سانت جورج وما كان يدعوه 'بالبراندي المعتق' - خلال كل فترة

الحرب، لكنه لم يكن يحب أن ألتزم بشكل كامل، فقد كان يطري على ألا يكرس الناس أنفسهم من القلب إلى وظائف عسكرية، لم يسألني أبداً عن عملي كما لم يُرد أن نتكلم عن الحرب، في حين كنت أنا – من ناحيتي – قليل الصبر ولم أُظهر أي شيء مثل ما يكفي من الاهتمام، رغم كل هذا اعتقدت أنني لم أكن أقوم بهذا العمل من أجل المتعة بل كان علي أن أقوم به ولربما تمكنت من استخلاص أقصى حد من اهتمامه، لكن هذا ليس عذراً.

عند نهاية الحرب لم أعد إلى كامبردج، زرته عدة مرات عام 1946، لم ينفك اكتئابه وكان ينهار جسدياً؛ يتنفس بضيق بعد أن يمشي عدة ياردات، والتمشي المبهج الطويل في الممشى بعد انتهاء اللعب كان قد مضى إلى الأبد: إذ كان علي أخذه إلى المنزل من ترينيتي بسيارة أجرة، كان سعيداً لأنني عدت إلى تأليف الكتب: فالحياة الإبداعية كانت هي الوحيدة لرجل جدي مثله، وبالنسبة له أيضاً كان يتمنى لو يستطيع أن يعيش الحياة الإبداعية مجدداً ليس أفضل مما كانت من قبل: فحياته الحالية قد انتهت.

أنا لا أقتبس كلماته الدقيقة، فقد كانت مخالفةً لطبيعته لدرجة أنني أردت أن أنساها وحاولت بنوع من السخرية أن أشوش على ما قاله، وهكذا لم أتذكر كلماته بدقة أبداً، فقد حاولت أن أحتفظ بها لنفسي كزخرف بلاغي.

في بداية صيف عام 1947 كنت جالساً إلى مائدة الإفطار حين رن الهاتف، كانت أخت هاردي: كان مريضاً جداً وكانت تطلب مني القدوم إلى كامبردج فوراً والاتصال من ترينيتي أولاً. في ذلك الوقت لم

أفهم معنى الطلب الثاني لكنني أطعته لأجد في كوخ البواب في ترينيتي ذلك الصباح ملاحظةً منها: كان علي الذهاب إلى غرف دونالد روبرتسون فهو سيكون بانتظاري.

دونالد روبرتسون كان أستاذاً للغة اليونانية وصديقاً حميماً لهاردي: كان عضواً آخر من نفس المستوى المرتفع اللبق الليبرالي في كامبردج من عصر الملك إدوارد السابع، كما كان من القلة التي تنادي هاردي باسمه المعمودي (الأوسط)، حياني بهدوء، خارج نوافذ غرفته كان صباحاً هادئاً مشمساً، قال:

'عليك أن تعرف أن هارولد حاول أن يقتل نفسه.'

نعم لقد تجاوز مرحلة الخطر: كان وضعه جيداً إذا صح التعبير، لكن دونالد كان - بطريقة أقل تحديداً - مباشراً مثل هاردي نفسه، للأسف أن المحاولة فشلت، فصحة هاردي أخذت تزداد سوءاً: لن يمكنه أن يعيش أطول بأي حال من الأحوال: فحتى المشي من غرفه إلى القاعة أصبح يُتعبه، لقد قام بخيار مدروس بالكامل، فالحياة بهذا الشكل لا يمكنه تحملها: إذ لا شيء فيها، جمع ما يكفي من الحبوب المسكنة والمنومة وحاول القيام بعمل متقن استغرق منه وقتاً طويلاً.

كنت معجباً بدونالد روبرتسون لكنني لم ألتقِ به إلا في الحفلات وعلى طاولة ترينيتي الرئيسية، كانت هذه أول مناسبة نتحدث فيها بحميمية، قال بحزم مؤدب إنه علي المجيء لزيارة هاردي بقدر ما أستطيع: قد يكون صعباً علي القيام بهذا لكنه إجباري: ربما لن يدوم الأمر طويلاً، كان كلانا بائساً، ودَّعته ولم أره ثانيةً.

في بيت الرعاية الصحية كان هاردي مستلقياً على سرير، وللسخرية كانت عيناه سوداوين، عندما كان يتقيأ من الأدوية التي ابتلعها ضرب رأسه بحوض المغسلة، كان يزدري نفسه ويسخر منها؛ هل قام أحد ما بفوضى أكثر من هذه؟ كان علي أن أدخل في اللعبة التهكمية، لم أحس أبداً بعدم القدرة على التهكم كما أنا الآن لكن كان علي أن ألعب، تحدثت عن عمليات انتحار متميزة فاشلة أخرى، ماذا عن الضباط الألمان في الحرب الأخيرة؟ بيك وستالنباغل كانا فاشلين في هذا بشكل ملحوظ، كان غريباً أن أسمع نفسي أقول أشياء كهذه، لكن الملفت أنها بدت تسعده.

بعد ذلك صرت آتي إلى كامبردج على الأقل مرة كل أسبوع، كنت أرتاع من كل زيارة لكنه كان يقول إنه ينتظر رؤيتي، كان يتكلم قليلاً في كل مرة أراه فيها عن الموت، كان يرغب فيه ولا يخافه: كيف له أن يخاف من العدم؟ عاد له مذهبه الفكري، لن يحاول أن يقتل نفسه مجدداً، إذ لم يُبلِ حسناً في هذا، لذا كان قد حضر نفسه للانتظار، بشكل متناقض مع ما يمكن أن يؤلمه - لأنه مثل معظم المحيطين به كان يؤمن بالعقلانية إلى حد ظننته لاعقلانياً - أظهر فضولاً مهووساً شديداً بأعراض مرضه، كان يدرس دائماً غضاريف كاحليه: هل هي اليوم أكبر أو أصغر؟

من كل ساعة أقضيها معه كان علي أن أتحدث لمدة خمس وخمسين دقيقة عن الكريكت، فقد كانت عزاءه الوحيد، كان علي الادعاء أنني مكرّس لهذه اللعبة وهذا ما لم أعد أشعر به وفي الحقيقة خفّت حماستي للعبة منذ الثلاثينات باستثناء المتعة في صحبته أثناء الألعاب،

والآن علي أن أدرس نتائج الكريكت بتركيز كما كنت في المدرسة، لم يكن بإمكانه أن يقرأ بنفسه لكنه كان سيعرف لو كنت أخدعه، أحياناً كانت تلمع حيويته القديمة، لكن إن لم أتمكن من التفكير في خبر أو سؤال آخر فكان سيبقى ممدداً هناك بنوع من الوحدة المعتمة التي تصيب بعض الناس قبل أن يموتوا.

حاولت مرةً أو مرتين أن أستثيره، ألا يستحق الأمر - حتى لو كانت فيه مخاطرة - أن نذهب ونشاهد مباراة كريكت أخرى معاً؟ قلت إنني أصبحت أفضل مما كنت عليه وإنني مستعد لأستأجر له سيارة أجرة - وسيلة النقل التي كان معتاداً عليها - إلى أي ملعب كريكت يريده، ابتهج عندها، لكنه قال إنه يمكن أن يموت على يدي عندها، أجبت أنني جاهز لتحمل هذا، اعتقدت أنه يمكن أن يأتي: فكان يعلم كما كنت أعلم أن وفاته على بُعد أشهر قليلة فقط: أردت أن أراه يقضي ظهيرة بشيء من المرح، في المرة التالية التي زرته فيها هز رأسه بحزن وغضب قائلاً: لا، لا يمكنه أن يحاول حتى: فلا فائدة من المحاولة.

كان صعباً جداً علي أن أُجبَر على الحديث عن الكريكت، وكان ذلك أصعب على أخته التي هي امرأة ساحرة ذكية لم تتزوج أبداً وقضت معظم حياتها تعتني به، بمهارة فكاهية ليست بعيدة عن أسلوبه القديم قامت بجمع كل قصاصات أخبار الكريكت التي تمكنت من إيجادها رغم أنها لم تكن أبداً قد تعلمت أي شيء عن اللعبة.

مرةً أو اثنتين تفجر لديه الحب الساخر للكوميديا الإنسانية، فقبل وفاته بأسبوعين أو ثلاثة سمع من الجمعية الملكية أنه سيُعطى أعلى مرتبة شرف أي ميدالية كوبلي، ابتسم مكشراً وكانت المرة الأولى التي أراه

فيها بإشراقه الكامل خلال كل تلك الشهور قائلاً 'أعرف الآن أنني قرب النهاية، فعندما يُسرع الناس في تكريمك يكون هناك استنتاج وحيد يمكن القيام به.'

بعد أن سمعت هذا أذكر أنني زرته مرتين، المرة الأخيرة كانت قبل أربعة أيام أو خمسة من وفاته، كان هناك فريق اختبار هندي يلعب في أستراليا وقد تحدثنا عنه.

كان ذلك في نفس الأسبوع الذي أخبر به أخته: 'إذا كنت سأعلم أنني سأموت اليوم فأعتقد أنني ما زلت أرغب بسماع بعض نتائج الكريكت.'

رتب لشيء مشابه جداً، فكل مساء من ذلك الأسبوع كانت - قبل أن تتركه - تقرأ له فصلاً من تاريخ الكريكت في جامعة كامبردج، أحد هذه الفصول تضمن الكلمات الأخيرة التي سمعها لأنه توفي فجأة في أحد الصباحات الباكرة.



مقدمة

إنني مدين للبروفيسور سي. دي. برود والدكتور سي. بي. سنو من أجل الكثير من الانتقادات القيِّمة التي قدماها لي بعد قراءة مخطوطتي الأصلية، وقد أدخلت جوهر كافة هذه الانتقادات تقريباً في متن الكتاب مزيلاً منه العديد من نقاط الغموض والركاكة.

تعاملت مع هذه الانتقادات بشكل مختلف في حالة واحدة فقط، فقد كانت الفقرة 28 مبنية بالأساس على مقالة قصيرة ساهمت بها في مجلة Eureka (مجلة الجمعية الأرخميدسية في كامبردج) في وقت سابق من هذه السنة ووجدت من المستحيل أن أعيد صياغة ما كتبته بعناية كبيرة منذ فترة وجيزة، وكذلك لو حاولت أن ألبي انتقادات هامة كهذه بجدية فعلي أن أوسع تلك الفقرة كثيراً جداً بحيث أكسر توازن الأطروحة بكاملها، وهكذا تركتها دون أي تغيير لكنني أضفت ملاحظة تتضمن النقاط الأساسية لهذه الانتقادات في نهاية الكتاب.

جي. إتش. هاردي

18 تموز 1940

1

إنه لأمر يدعو للكآبة لرياضي محترف أن يجد نفسه يكتب عن الرياضيات، فوظيفة الرياضي هي القيام بأمر ما وإثبات نظريات جديدة وإضافة شيء ما إلى الرياضيات وليس الكتابة عما قام به هو أو غيره من الرياضيين. رجال الدولة يحتقرون الصحفيين والرسامون يحتقرون نقاد الفن ولدى علماء الطبيعة أو الفيزياء أو الرياضيات مشاعر مماثلة عادةً؛ إذ ليس هناك احتقار أعمق أو أكثر قابلية للتبرير على الأقل مما يكنه الرجال الذين يعملون للرجال الذين يتحدثون عن العمل، فأعمال الشرح والنقد والتقدير هي أعمال تقوم بها أدمغة من الدرجة الثانية.

يمكنني تذكر النقاش الذي دار حول هذه النقطة مرةً في أحد الحوارات الجادة مع هاوسمان، ففي محاضرته *اسم الشعر وطبيعته* أنكر بشدة أنه كان 'ناقداً'؛ لكنه أنكر هذا فيما بدا لي طريقة حمقاء بشكل شاذ كما عبر عن إعجابه بالنقد الأدبي مما أشعرني بالدهشة والفضيحة.

بدأ باقتباس من محاضرة قديمة له كان قد ألقاها منذ اثنتين وعشرين سنة:

لا يمكنني القول إن كلية النقد الأدبي هي أفضل هدية في خزائن السماء؛ لكن يبدو أن السماء فكرت بأنها بكل وضوح هي أفضل هدية يمكن إهداؤها، فالخطباء والشعراء... مع أنهم نادرو الوجود إذا ما قورنوا بثمر العليق إلا أنهم أكثر تواجداً إذا ما قورنوا بزيارات مذنب هالي، لكن النقاد الأدبيين أقل تواجداً...

ثم تابع قائلاً:

خلال هذه السنوات الاثنتين والعشرين أحرزتُ تقدماً في بعض المجالات وعانيت تقهقراً في أخرى، لكنني لم أتقدم إلى الحد الذي أصبح فيه ناقداً أدبياً ولم أتقهقر أيضاً إلى الحد الذي أحلم فيه بأن أصبح كذلك.

لقد بدا لي أمراً يرثى له أن عالماً عظيماً أو شاعراً رقيقاً ينبغي أن يكتب بهذه الطريقة وعندما وجدت نفسي أمامه بعد عدة أسابيع اندفعت نحوه سائلاً إياه هل يظن أن ما قاله سيؤخذ على محمل الجد؟ وهل بدت له حياة أفضل النقاد جديرة بالمقارنة مع عالم أو شاعر؟ ناقشنا هذه المسائل طوال فترة العشاء وأعتقد أنه وافقني الرأي أخيراً، لا ينبغي أن أدعي أنني أحرزت انتصاراً جدلياً على رجل لن يتمكن بعد الآن من التناقض معي، لكن في النهاية كان جوابه عن السؤال الأول 'ربما ليس بالكامل' وعن السؤال الثاني 'ربما لا'.

هناك ربما بعض الشكوك حول مشاعر هاوسمان ولا أرغب بالادعاء أنه إلى جانبي لكن ليس هناك شك أبداً حول مشاعر رجال العلم وأنا أشاركهم هذه المشاعر بالكامل، ولذا إن وجدت نفسي أكتب ليس رياضيات بل 'عن' الرياضيات فهذا اعتراف بالضعف مما قد يعرضني وبحق إلى الازدراء أو الشفقة من قبل الرياضيين الشباب المليئين بالنشاط، إنني أكتب عن الرياضيات لأنني - مثل أي رياضي آخر تجاوز الستين - لم أعد أمتلك صفاء الذهن أو الطاقة أو الصبر على أن أقوم بعملي الأصلي بفعالية.

2

إنني أعتزم أن أعتذر مسبقاً من الرياضيات؛ وربما يقال لي إنها لا تحتاج إلى هذا الاعتذار بما أن هناك حالياً العديد من الدراسات التي يُنظر لها بشكل عام - سواء لأسباب جيدة أو سيئة - على أنها مربحة وتستحق الجوائز، قد يكون هذا صحيحاً؛ وهو محتمل في الحقيقة بما أن الانتصارات المثيرة لإنشتاين قد جعلت علم فلك النجوم والفيزياء النووية العلمين الوحيدين اللذين يقدرهما العامة تقديراً عالياً، لا يحتاج الرياضي الآن إلى اعتبار نفسه في حالة دفاع، لا ينبغي عليه مقابلة المعارضة التي وصفها برادلي في دفاعه الرائع عن علم ما وراء الطبيعة (الميتافيزيقيا) والتي تشكل مقدمة إلى 'الظهور والواقعية'.

يقال للرياضي - كما يقول براندي - إن 'المعرفة ما وراء الطبيعية غير ممكنة على الإطلاق' أو إنها 'حتى لو كانت ممكنة إلى درجة معينة فهي من الناحية التطبيقية لا تستحق أن يُطلق عليها اسم معرفة'، ففيها سيستمع إلى 'نفس المشاكل ونفس الجدالات ونفس حالات الفشل، لماذا لا نتخلى عن هذا ونمضي قدماً؟ ألا يوجد أمر آخر يستحق عناءك أكثر؟' لا أحد مهما بلغ به الغباء يمكنه استخدام مثل هذه اللغة مع الرياضيات، فالحقيقة الرياضية واضحة وجلية؛ وتطبيقاتها العملية مثل الجسور والمحركات البخارية والمولدات الكهربائية تُقحم نفسها على أضعف المخيلات، ولا حاجة لإقناع الجمهور بأن هناك أشياء مهمة في الرياضيات.

كل هذا يريح الرياضيين بطريقته الخاصة لكن يصعب على رياضي حقيقي أن يشعر بالارتياح حياله، فعلى أي رياضي حقيقي أن يشعر

بأن الرياضيات لا ترتكز على هذه الإنجازات البسيطة وأن سمعة الرياضيات لدى الجمهور مبنية على الجهل وعدم الفهم وأن هناك مجالاً لدفاع أكثر عقلانية، وعلى كل حال فأنا ميال إلى القيام بنوع من هذا الدفاع العقلاني، فهذا ينبغي أن يكون أبسط من الاعتذار الصعب الذي قام به برادلي.

سأسأل إذاً لماذا من الجدير بالاهتمام أن نقوم بدراسة جدية للرياضيات؟ وما هو التبرير المناسب لحياة الرياضي؟ وسيكون من النادر أن تتوقع أجوبتي في أكثرها من رياضي: فأنا أعتقد أن هذا جدير بالاهتمام وأن هناك تبريراً مسهباً له، لكن علي أن أقول مباشرةً إن دفاعي عن الرياضيات سيكون دفاعاً عني شخصياً وإن اعتذاري ملزم أن يكون مغروراً إلى حدٍّ ما، فليس علي أن أظن أنه من الجدير بالاهتمام أن أعتذر من أمر ما إذا كنت أعتبر نفسي أحد إخفاقاته.

بعض الغرور من هذا النوع أمر لا يمكن اجتنابه ولا أشعر أنه بحاجة في الواقع إلى تبرير، فالعمل الجيد لا يمكن أن ينجزه رجال متواضعو القدرات، ومن الواجبات الأولى للأستاذ - على سبيل المثال - في أي موضوع أن يبالغ قليلاً في كلٍّ من أهمية موضوعه وأهميته هو نفسه أيضاً، فالشخص الذي يسأل دائماً 'هل ما أقوم به جدير بالاهتمام؟' و'هل أنا هو الشخص المناسب للقيام به؟' سيكون دائماً عاجزاً كفرد ومحبطاً للآخرين أيضاً، وعليه أن يغمض عينيه قليلاً وينظر إلى موضوعه وإلى نفسه بأكثر مما يستحقانه قليلاً، هذا ليس صعباً جداً؛ بل الأصعب هو عدم جعل موضوعه ونفسه سخيفين من خلال إغماض عينيه بإحكام.

3

ينبغي على الشخص الذي يبدأ بتبرير وجوده ونشاطاته أن يميز بين سؤالين، الأول هو ما إذا كان العمل الذي يقوم به يستحق أن يُقام به ؛ والثاني هو لماذا يقوم به مهما كانت قيمته، غالباً ما يكون السؤال الأول صعباً جداً ويكون جوابه محبطاً لكن رغم ذلك فإن معظم الناس يجدون السؤال الثاني سهلاً بما يكفي، وأجوبتهم - إذا تمتعوا بالمصداقية - ستأخذ عادةً أحد شكلين مع كون الشكل الثاني مجرد تغيير سطحي للشكل الأول الذي هو الجواب الوحيد الذي سنأخذه بعين الاعتبار بجدية.

(1) 'أفعل ما أفعله لأنه الشيء الوحيد الذي يمكنني القيام به بشكل جيد، فأنا محامٍ أو سمسار في البورصة أو لاعب كريكت محترف لأن لدي بعض الموهبة الحقيقية للقيام بعمل محدَّد، فأنا محامٍ لأن لدي لساناً طليقاً واهتماماً بالدهاليز القانونية ؛ أو أنا سمسار في البورصة لأن محاكمتي للأسواق سريعة وسليمة ؛ أو أنا لاعب كريكت محترف لأنني أستخدم المضرب بشكل ممتاز، أوافق على أنه قد يكون من الأفضل لو كنت شاعراً أو عالم رياضيات لكنني للأسف لا أملك الموهبة اللازمة لهذه المهنة'.

لا أقترح أن هذا دفاع يمكن أن يقوله معظم الناس لأن معظم الناس غير قادرين على القيام بأي شيء بشكل جيد، لكنه دفاع متين عندما يمكن القيام به دون سخف وهذا يتم من قِبل أقلية صغيرة جداً : فربما خمسة أو حتى عشرة بالمئة من الأشخاص يمكنهم القيام بشيء ما بشكل

جيد، وأقلية بالغة الصغر فقط يمكنها القيام بأي شيء بشكل جيد فعلياً كما أن عدداً مهملاً من الأشخاص فقط يمكنه القيام بشيئين اثنين بشكلٍ جيد مهمل، إذا كان لشخص ما موهبة حقيقية فينبغي أن يكون جاهزاً لأية تضحية في سبيل صقلها إلى أبعد حد.

لقد صادق د. جونسون على وجهة النظر هذه:

فعندما قلت له إنني رأيت سَمِيَّه جونسون يمتطي ثلاثة أحصنة قال لي 'إن رجلاً كهذا يا سيدي يجب أن يُشجَّع لأن استعراضاته تُظهر أقصى طاقات البشر...'

وبالمثل كان سيصفّق لمتسلقي الجبال وسباحي الأنهر ولاعبي الشطرنج معصوبي العينين، من جهتي فأنا أتعاطف كلياً مع كافة هذه المحاولات لتحقيق إنجازات استثنائية، وأشعر بالتعاطف حتى مع المشعوذين والسحرة؛ وعندما شرع أليخاين وبرادمان بتحطيم الأرقام القياسية كنت سأشعر بالإحباط بمرارة لو فشلا، وهكذا وجدنا نفسينا أنا والدكتور جونسون متوافقين مع الجمهور، وكما قال السيد تيونر بصدق فإن 'المثقفين' (بالمعني السلبي للكلمة) هم فقط الذين لا يُعجَبون بـ'الارتقاءات الحقيقية'.

ينبغي بالتأكيد أن نأخذ بعين الاعتبار الاختلافات بالقيمة بين النشاطات المختلفة، فلربما كنت روائياً أو رساماً بدلاً من أن أكون سياسياً من نفس الرتبة، لكن نادراً ما تؤدي هذه الاختلافات إلى تغيير الاتجاه المهني للشخص والذي تفرضه قدراته الطبيعية عادةً، فالشعر أكثر قيمة من الكريكت لكن برادمان سيكون أحمق إذا ضحى بموهبته في

الكريكت حتى يكتب شعراً سيئاً من الدرجة الثانية (فأنا أستبعد أن يتمكن من إنجاز أفضل من هذا)، أما إذا كانت الكريكت أقل أهمية بقليل وكان الشعر أفضل فقد يكون الخيار أصعب بقليل: فأنا لا أعرف فيما إذا كنت سأصبح فيكتور ترامبر أو روبرت بروك، لكن من حسن الحظ أن المآزق من هذا النوع نادرة الحدوث.

يمكنني إضافة أن الناس يُستبعد أن يقدموا أنفسهم إلى الرياضي على وجه الخصوص، فمن المعتاد أن تكون هناك مبالغة كبيرة نوعاً ما في الفروق بين المعالجة الذهنية للرياضيين وللناس الآخرين، لكن لا يمكن إنكار أن موهبة الرياضيات هي أكثر المواهب تخصصاً وأن الرياضيين بشكل عام ليسوا متميزين من حيث القدرات أو المهارات العامة، فإذا كان شخص ما رياضياً حقيقياً فمن المؤكد أنه أفضل في الرياضيات بكثير من أي شيء آخر قد يقوم به وسيكون سخيفاً إذا لم يستغل أية فرصة لائقة لممارسة موهبته الوحيدة مقابل القيام بعمل غير متميز في أي مجال آخر، إلا أنه يمكن تبرير تضحية كهذه فقط بالحاجة المادية أو بالتقدم بالسن.

4

من الأفضل أن أقول شيئاً هنا عن مسألة السن بما أنها هامة بالنسبة للرياضيين على وجه الخصوص، فليس على أي رياضي أن يسمح لنفسه بنسيان أن الرياضيات - أكثر من أي فن أو علم آخر - هي لعبة للشباب، ولإجراء توضيح بسيط على مستوى متواضع فإن متوسط عمر الانتخاب إلى الجمعية الملكية هو الأخفض بين الرياضيين.

طبعاً يمكننا إيجاد أمثلة أكثر لفتاً للنظر، حيث يمكننا أن نأخذ بعين الاعتبار الحياة المهنية لرجل كان بالتأكيد واحداً من أفضل ثلاثة علماء رياضيات في العالم، فقد توقف نيوتن عن الرياضيات في الخمسين من عمره كما فقد حماسته قبل وقت طويل من ذلك؛ فقد أدرك بلا شك عندما بلغ الأربعين من العمر أن أيام إبداعاته العظيمة قد انتهت، فأعظم أفكاره على الإطلاق والتي هي التحليل التفاضلي وقانون الجاذبية أبدعها حوالي عام 1666 أي عندما كان في الرابعة والعشرين من عمره، وهو يقول 'في تلك الأيام كنت في ريعان العمر الإبداعي وانصرفت إلى الرياضيات والفلسفة أكثر من أي وقت آخر'، وقد قام باكتشافات كبيرة حتى بلغ الأربعين من عمره تقريباً ('المدار الإهليلجي' في السابعة والثلاثين) لكن بعد ذلك لم يقم بالكثير باستثناء صقل بعض الأفكار وتحسينها.

توفي غالوا في الحادية والعشرين من عمره وآبل في السابعة والعشرين ورامانوجان في الثالثة والثلاثين وريمان في الأربعين، هناك رجال قاموا بأعمال عظيمة لاحقاً؛ فمذكرة غاوس العظيمة عن الهندسة التفاضلية نُشرت عندما كان في الخمسين من عمره (رغم أنه صاغ أفكارها الأساسية قبل ذلك بعشر سنوات)، ولست أعلم مثالاً عن تقدم رياضي كبير بدأ به رجل تجاوز الخمسين، فإذا فقد رجل في هذا السن الاهتمام بالرياضيات وتخلى عن العمل بها فمن المستبعد أن تكون الخسارة كبيرة سواءً للرياضيات أو له شخصياً.

من ناحية أخرى فإن المكسب ليس جوهرياً أيضاً؛ وأحدث السجلات عن الرياضيين الذين تركوا الرياضيات ليست مشجعة على وجه

الخصوص، فقد حقق نيوتن شهادة Master of Mint كفؤة (عندما لم يكن في صراع مع أحد)، وبينليفه لم يكن ناجحاً جداً كالرجل الأول في فرنسا، حياة لابلاس السياسية كانت سيئة السمعة لكنه لا يشكل مثالاً مناسباً لأنه كان مخادعاً أكثر من كونه غير كفء ولم 'يتخلَّ' عن الرياضيات أبداً، من الصعب جداً أن نجد مثالاً عن رياضي من الطراز الرفيع تخلى عن الرياضيات وحقق تميزاً من الطراز الرفيع في أي حقل آخر[1]، قد يكون هناك شبان كان بمقدورهم أن يكونوا رياضيين من الطراز الرفيع لو أنهم التزموا بالعمل بالرياضيات لكنني لم أسمع أبداً عن مثال حقيقي مقبول، كل ما أوردته هنا طبعاً بحسب خبرتي المحدودة جداً، فكل رياضي شاب ذي موهبة حقيقية ممن عرفتهم كان مخلصاً للرياضيات، وهذا لم يكن نابعاً من نقص في الحماس بل من فرط فيه؛ وكلهم أدركوا أن طريقهم إلى حياة التميز - إذا كان موجوداً أصلاً - يوجد في الرياضيات.

5

هناك أيضاً ما دعوته بـ'التغيير السطحي' للاعتذار القياسي؛ لكنني سأستطرد حوله ببعض الكلمات القليلة.

(2) 'ليس هناك ما يمكنني عمله بشكل جيد على وجه الخصوص، وأقوم بما أقوم به لأن الأمور جرت على هذا النحو، ولم تتح لي

---

[1] يبدو أن لابلاس هو الأفضل.

الفرصة للقيام بأي شيء آخر'، أنا أقبل هذا الاعتذار على أنه مقنع أيضاً، فصحيح أن معظم الناس لا يمكنهم القيام بأي شيء بشكل جيد، ولهذا لا يهم كثيراً ما هي المهنة التي يختارونها ولا يسعني إضافة المزيد حول هذا الأمر، إنه جواب مقنع لكن من المستبعد أن يقوله أي شخص يتسم بأي مقدار من الكبرياء؛ ويمكنني أن أفترض أن أحداً منا لن يكون سعيداً به.

6

حان الوقت للبدء بالتفكير بالسؤال الأول الذي طرحته في الفقرة 3 والذي هو أصعب بكثير من السؤال الثاني، هل الرياضيات - أو ما أعنيه بالرياضيات أنا والرياضيون الآخرون - تستحق أن يتم العمل بها؟ وإذا كان الجواب بالإيجاب فلماذا؟

ألقيت نظرة مجددة على الصفحات الأولى من محاضرتي الأولى التي ألقيتها في أكسفورد عام 1920 حيث كانت تتضمن إطاراً عاماً لاعتذار من الرياضيات، إنها غير مناسبة كلياً (أقل من صفحتين) كما أنها مكتوبة بأسلوب لست فخوراً به الآن (فهي مقالة أولى فيما اعتقدت وقتها أنه أسلوب أكسفورد في الكتابة)؛ لكنني ما زلت أشعر أنها - مهما كان مقدار التطوير الذي تحتاجه - تتضمن جوهر المسألة، سأفترض الآن أن ما كتبته وقتها كان مقدمة لنقاش أكثر توسعاً.

(1) بدأت بالتركيز على عدم أذى الرياضيات إذ قلت 'إن دراسة الرياضيات إذا كانت غير ذات منفعة فهي بالكامل عمل غير مؤذٍ

وبريء'، سألتزم بهذه المقولة لكن من الواضح أنها تحتاج إلى مقدار كبير من التوسع والشرح.

هل الرياضيات 'غير ذات منفعة'؟ بطريقة ما - وببساطة - هي ليست كذلك؛ فهي على سبيل المثال تمنح متعة رائعة لعدد كبير من الناس، لكنني كنت أفكر في 'المنفعة' بمعنىً أضيق، هل هي 'مفيدة' بالمعنى المباشر للفائدة كما هي العلوم الأخرى كالكيمياء وعلم النفس؟ لكن هذا ليس سؤالاً سهلاً أو غير مثير للجدل إلا أنني سأقول 'لا' رغم أن بعض الرياضيين وأغلب غير المتخصصين بها سيقولون دون شك 'نعم'. وهل الرياضيات 'غير مؤذية'؟ الجواب هنا ليس واضحاً أيضاً وهذا السؤال هو أحد الأسئلة التي كان من الأفضل لي بطريقة أو بأخرى أن أتجنبها لأنه يحيل المسألة كلها إلى تأثير العلم على الحروب، هل الرياضيات غير مؤذية بالمعنى الذي يمكن القول فيه إن الكيمياء على سبيل المثال ليست كذلك بكل بساطة؟ علي أن أعود إلى كلٍ من هذين السؤالين لاحقاً.

(2) مضيت لأقول إن 'الكون كبير جداً وإذا كنا نهدر وقتنا فإن إهدار حياة القليل من أساتذة الجامعة ليس بهذه الكارثة العارمة': هنا يبدو أنني أتبنى أو أدعي التواضع المبالغ به والذي نبذته منذ برهة، إنني واثق من أن هذا ليس ما كان يدور في ذهني في الحقيقة؛ فقد كنت أحاول في جملة واحدة أن أقول ما قلته بشكل مطول في الفقرة 3، كنت أفترض أننا نحن الأساتذة لدينا حقيقةً مواهبنا الصغيرة وأنه يصعب أن نكون مخطئين إذا فعلنا كل ما بوسعنا لصقلها إلى أبعد حد.

(3) وأخيراً ركزت (فيما يبدو لي الآن بعض الجمل المنمقة بشكل مؤلم نوعاً ما) على ديمومة إنجازات الرياضيات قائلاً :

قد يكون ما نقوم به صغيراً لكن له صفة ديمومة معينة ؛ وعندما تنتج أي شيء له أدنى حد من الديمومة سواء كان مقطعاً شعرياً أو نظرية هندسية تكون قد قمت بعمل يتجاوز طاقات الغالبية العظمى من الناس بكل ما في هذه العبارة من معنى.

وأضفت :

في هذه الأيام من النزاع بين الدراسات القديمة والحديثة ينبغي بالتأكيد أن يكون هناك ما يقال عن دراسة لم تبدأ مع فيثاغورس ولن تنتهي مع إنشتاين بل هي الأقدم والأكثر شباباً.

كل هذا 'بليغ' ؛ لكن جوهره ما يزال يبدو صحيحاً بالنسبة لي ويمكنني التوسع فيه دفعة واحدة دون حكم مسبق على أي من الأسئلة التي تركتها مفتوحة.

7

سأفترض أنني أكتب لقراء مليئين – أو كانوا في الماضي مليئين – بروح الطموح الإيجابي ، فالواجب الأول للشخص – للشاب مهما كان ذلك الشاب – هو أن يكون طموحاً ، فالطموح عاطفة نبيلة يمكن أن تأخذ أشكالاً عديدة ؛ وقد كان هناك شيء نبيل في طموح أتيلا أو نابليون : لكن أنبل طموح هو أن نترك خلفنا شيئاً ذا قيمة دائمة.

Here, on the level sand,
Between the sea and land,
What shall I build or write
Against the fall of night?

Tell me of runes to grave
That hold the bursting wave,
Or bastions to design
For longer date than mine.

كان الطموح هو القوة الدافعة لكافة الأعمال العظيمة في العالم تقريباً، وعلى وجه الخصوص فإن كافة المساهمات الأساسية للسعادة البشرية قد أُنجزت من قِبل أشخاص طموحين، ولنأخذ مثالين شهيرين؛ ألم يكن ليستر وباستور طموحين؟ أو على مستوى أبسط لنأخذ كينغ جيليت ووليام ويليت؛ فمن ذاك الذي أسهم في العصر الحديث لراحة البشرية أكثر منهما؟

يؤمِّن علم الأحياء بشكل خاص أمثلة جيدة لمجرد أنه دراسة 'ذات منفعة' بشكل واضح، علينا أن نحمي أنفسنا من مغالطة شائعة بين مواظبي الاعتذار من العلوم وهي مغالطة افتراض أن الأشخاص الذين يفيدون الإنسانية في عملهم يأخذون هذا الأمر بعين الاعتبار عندما يقومون بعملهم كأن يُفترض أن المختصين في علم الأحياء لديهم أرواح نبيلة بشكل خاص، قد يكون عالم الأحياء في الواقع سعيداً بأن يتذكر أن عمله سيفيد الجنس البشري لكن الحافز والإلهام اللذين يؤمنان المقدرة والدافع للقيام بالعمل لا يختلفان عن أولئك اللذين يدفعان أي أستاذ تقليدي أو رياضي.

هناك حوافز كثيرة قيِّمة يمكن أن تقود الأشخاص إلى متابعة البحث لكن ثلاثةً منها هي الأكثر أهمية بكثير من البقية (دون اعتبار أن البقية

عديمة التأثير)، الحافز الأول هو الفضول الفكري أو الرغبة في معرفة الحقيقة، يأتي بعد ذلك الغرور المهني والتوق إلى الرضا عن الأداء والخجل الذي يتغلب على أي مهني يحترم ذاته عندما لا يكون عمله على قدر موهبته، وأخيراً هناك الطموح وحب الإطراء وكذلك المنصب وحتى السلطة والمال. قد يكون من الرائع أن تشعر - عندما تكون قد أنجزت عملك - أنك أضفت مقداراً إلى سعادة الآخرين أو خففت من معاناتهم لكن هذا ليس هو السبب لقيامك بالعمل، وبالتالي إذا أخبرني عالم الرياضيات أو الكيمياء أو حتى علم الأحياء أن ما دفعه إلى عمله هو الرغبة في إفادة الإنسانية فينبغي ألا أصدقه (وألا أنتظر منه أفضل ما لديه إذا أنا صدقته)، فدوافعه الأساسية هي ما أوردته آنفاً والتي لا تتضمن بالتأكيد شيئاً يدعو أي رجل محترم إلى الخجل.

8

إذا كانت الحوافز الأساسية للأبحاث هي الفضول الفكري والغرور المهني والطموح فمن المؤكد أن أحداً ليست لديه فرصة أفضل من الرياضي لإرضاء ذاته، فمجاله هو أكثر ما يدعو للفضول على الإطلاق؛ إذ ليس هناك أي مجال آخر تلعب فيه الحقيقة الدور الذي تلعبه في الرياضيات، كما أن الرياضيات تحتوي أكثر التقنيات تطورا وسحراً وتعطي فرصاً لا تضاهى لإظهار أفضل المهارات المهنية، وأخيراً - كما يثبت التاريخ بكثرة - فإن الإنجازات الرياضية مهما كانت قيمتها الضمنية هي الأكثر ديمومة على الإطلاق.

يمكننا رؤية هذا حتى في الحضارات القديمة، فقد دثرت الحضارتان البابلية والآشورية ولم يعد الكثيرون يتذكرون حمورابي أو سارغون أو نبوخذنصر؛ إلا أن الرياضيات البابلية ما تزال جديرة بالاهتمام وما يزال الأساس الحسابي للبابليين والمرتكز على العدد 60 مستخدماً في علم الفلك، لكن الحالة التاريخية الأساسية هي حالة الإغريق.

فقد كان الإغريق أول رياضيين ما زلنا نعتبرهم 'حقيقيين' حتى الآن، فقد تكون الرياضيات الشرقية القديمة فضولاً جديراً بالاهتمام إلا أن الرياضيات الإغريقية هي الشيء الحقيقي، فالإغريق هم أول من تكلم لغة يمكن للرياضيين الحاليين فهمها؛ فهم – كما قال لي ليتلوود ذات مرة – ليسوا طلاباً أذكياء أو 'مرشحين لمنحة تعليمية' لكنهم 'أعضاء في كلية أخرى'، وهكذا فإن رياضيات الإغريق 'ذات ديمومة' وربما أكثر ديمومة من الثقافة الإغريقية، إذ أن أرخميدس سيبقى يُذكر بعد أن يُنسى أخيل لأن اللغة تموت في حين أن الأفكار الرياضية لا تموت، قد لا يكون مناسباً استخدام كلمة 'الخلود' هنا لكن من المحتمل أن تكون للرياضي أفضل فرصة فيها مهما كانت تحمل من معنى.

لا داعي للخوف كثيراً من أن المستقبل لن يكون منصفاً بحقنا، فالخلود قد يكون سخيفاً أو قاسياً: فقلة منا فقط كانت لتختار أن تكون مثل أوغ أو أنانياس أو غاليو، وحتى في الرياضيات فإن التاريخ يلعب أحياناً خدعاً غريبة؛ إذ يتم تصوير رول في كتب التحليل الابتدائية كما لو كان رياضياً مثل نيوتن؛ وقد وصل فاري إلى الخلود لأنه فشل في فهم نظرية كان هاروس قد أثبتها بشكل رائع قبل ذلك بأربع عشرة سنة؛ وأسماء أجدر خمس نرويجيين ما تزال قائمة في حياة آبل من

أجل مجرد حماقة سخيفة تم تنفيذها بإطاعة على حساب أعظم رجال بلادهم، لكن تاريخ العلم منصف بشكل عام، وهذا صحيح خاصةً في الرياضيات، إذ ليس هناك أي موضوع آخر فيه خط فاصل أو معايير مقبولة جماعية والأشخاص الذين يبقون في الذاكرة هم في الغالب من يستحق ذلك، فالشهرة الرياضية - إذا كنتَ ستدفع أموالاً مقابلها - هي أرسخ الاستثمارات وأثبتها.

9

كل هذا مريح جداً لأساتذة الجامعات وخاصة لأساتذة الرياضيات، فأحياناً يرى المحامون أو السياسيون أو رجال الأعمال أن المهنة الأكاديمية هي مهنة يسعى إليها أشخاص حذرون قليلو الطموح يهتمون بالراحة والأمن بالدرجة الأولى، لكن هذا التوبيخ ليس في موضعه، فأستاذ الجامعة يتنازل عن بعض الأشياء وخاصةً عن الفرصة لجني الكثير من المال - فمن الصعب أن يجني أستاذ جامعي مبلغاً كبيراً من المال؛ كما أن اعتبارات أمن ذوي المناصب هي بشكل طبيعي إحدى الاعتبارات التي تسهِّل هذا التنازل، فليس هذا هو السبب الذي كان ليدفع هاوسمان ليرفض أن يصبح لورد سيمون أو لورد بيفربروك، فلربما رفض مهنهم بسبب طموحه ولأنه يكره أن يكون رجلاً يُنسى خلال عشرين عاماً.

لكن كم هو مؤلم أن تشعر - مع كل هذه الميزات - بأنك قد تفشل، وهنا أذكر برتراند راسل يخبرني بحلم مريع، فقد كان في الطابق العلوي

من مكتبة الجامعة حوالي العام 2100 م، كان مشرف المكتبة يتجول بين الرفوف حاملاً وعاءً كبيراً وينزل الكتب واحداً تلو آخر ويلقي عليها نظرة ثم يعيدها إلى الرفوف أو يلقيها في الوعاء، وأخيراً وصل إلى ثلاثة مجلدات كبيرة تمكن راسل من التعرف عليها بأنها آخر نسخة ما تزال على قيد الحياة من كتاب "مبادئ الرياضيات (principia mathematica)"، أنزل أحد المجلدات وقلّب بعض الصفحات التي بدت للحظة مليئة بالرموز ثم أغلق المجلد ووازنه في يده متردداً...

10

الرياضي مثل الرسام أو الشاعر هو صانع لنماذج، وإذا كانت نماذجه أطول ديمومة منه فهذا عائد إلى أنها مصنوعة من الأفكار في حين أن الرسام يصنع نماذجه من الأشكال والألوان والشاعر يصنعها من الكلمات، قد يجسد الرسام فكرة ما لكن هذه الفكرة قد تكون عادية أو غير ذات أهمية، أما في الشعر فالفكرة أكثر أهمية، لكن - كما ركز هاوسمان - فإنه في الشعر تتم المبالغة في أهمية الأفكار: 'لا يمكنني أن أرضي نفسي بأن هناك أية أشياء اسمها أفكار شعرية... فالشعر ليس شيئاً قيل لكنه طريقة قول ذلك الشيء'.

Not all the water in the rough rude sea
Can wash the balm from an anointed King.[2]

[2] آثرنا عدم ترجمة المقاطع الشعرية وإبقاءها بلغتها الأصلية لأن الشاهد فيها هو الناحية الجمالية التي تفقد قسماً كبيراً منها عند ترجمتها (المترجم).

هل يمكن أن يكون سبك الأسطر أفضل مع كون الأفكار في نفس الوقت أكثر ابتذالاً وزيفاً؟ إن ضعف الأفكار لا يبدو شديد التأثير على جمال النماذج اللغوية، لكن ليس لدى الرياضي – من ناحية أخرى – مادة يعمل عليها سوى الأفكار، وهكذا فإن نماذجه تدوم على الأرجح فترات أطول بما أن الأفكار تتآكل مع الزمن أقل من الكلمات.

نماذج الرياضي – مثلها مثل نماذج الرسام أو الشاعر – يجب أن تكون جميلة ؛ فالأفكار مثل الألوان والكلمات ينبغي أن تنسجم مع بعضها بشكل متناغم، والجمال هو الاختبار الأول: إذ لا مكان في العالم لرياضيات قبيحة، وهنا علي أن أنوه إلى اعتقاد خاطئ ما يزال منتشراً على نطاق واسع (رغم أنه ربما الآن أقل انتشاراً بكثير مما كان عليه منذ عشرين سنة) فيما دعاه وايتهيد باسم 'الخرافة الأدبية' عن أن حب الرياضيات وتقديرها جمالياً هو 'هوس محصور بقلة من غريبي الأطوار في كل جيل'.

قد يكون من الصعب حالياً أن نجد شخصاً مثقفاً لا يتحسس الفتنة الجمالية للرياضيات، قد يكون من الصعب جداً تعريف الجمال الرياضي لكن هذا الأمر صحيح من أجل أي نوع من الجمال؛ فقد لا نعرف بدقة ماذا نعني بالشِّعر الجميل لكن هذا لا يمنعنا من تذوقه عندما نقرأه، وحتى البروفسور هوغبين الذي خرج ليقلل مهما كلف الأمر من تأثير العنصر الجمالي في الرياضيات لم يجرؤ على إنكار أنه حقيقة، 'هناك بالتأكيد أشخاص لديهم انجذاب مجرد ببرود لتمارين الرياضيات... وقد تكون الفتنة الجمالية للرياضيات حقيقة من أجل قلة مختارة'، لكنهم 'قلة' كما يعتقد وهم يشعرون بذلك 'ببرود' (كما

أنهم في الحقيقة أشخاص سخفاء يعيشون في بلدات جامعية صغيرة سخيفة معزولة عن النسمات العذبة للفضاءات المفتوحة الواسعة)، وهو في هذا يقوم بمجرد تكرار 'خرافة وايتهيد الأدبية'.

الحقيقة أنه هناك فقط قليل من المواضيع الأكثر 'شعبية' من الرياضيات، فمعظم الأشخاص لديهم بعض التقدير للرياضيات تماماً مثلما أن معظم الناس يستمتعون بالاستماع إلى لحن جذل؛ ومن المحتمل أن هناك أناساً أكثر يهتمون بحق بالرياضيات أكثر من الموسيقى، قد يوحي الظاهر بعكس هذا لكن هناك توضيحات بسيطة لهذا، إذ يمكن استخدام الموسيقى لإثارة شعور جمعي بينما لا يمكن استخدام الرياضيات لهذا، كما أن عدم تذوق الموسيقى يُعتبر - بحق دون شك - صفة سيئة في حين أن معظم الناس تخاف من اسم الرياضيات لدرجة أنها مستعدة دون أي تأثر للمبالغة بغبائها الرياضي.

يكفينا القليل من التفكير لفضح سخف 'الخرافة الأدبية'، هناك الكثير جداً من لاعبي الشطرنج في كل بلد متحضر - كامل المجتمع المثقف تقريباً في روسيا، وبإمكان كل لاعب شطرنج تمييز لعبة أو مسألة 'جميلة' وتقديرها، ومع أن مسألة الشطرنج هي ببساطة تمرين رياضي بحت (أما اللعبة فليست كذلك تماماً لأن علم النفس يلعب فيها دورا أيضاً) وكل من يدعو مسألة ما بأنها 'جميلة' يصفق في الواقع للجمال الرياضي حتى لو كان هذا الجمال من نوع متدن نسبياً، مسائل الشطرنج هي بمثابة الترانيم في الرياضيات.

بإمكاننا تعلم الدرس نفسه - على مستوى أخفض لكن من أجل جمهور أعرض - من الجسر أو - بالنزول إلى مستوى أخفض أيضاً -

من ألغاز الأعمدة الموجودة في الجرائد الشهيرة، فانتشارها الواسع عائد إلى القدرة الرسومية للرياضيات الابتدائية، كما أن أفضل صانعي هذه الألغاز - مثل ديوديني أو 'غاليبان' - لا يستخدمون إلا القليل من أي شيء آخر، فهم يعرفون عملهم؛ إذ ما يريده الجمهور هو القليل من 'الابتهاج' الفكري، ولا شيء آخر يؤمِّن الابتهاج الذي تؤمِّنه الرياضيات.

يمكنني أن أضيف هنا أن لا شيء في العالم يسعد حتى الأشخاص المشهورين (وحتى الأشخاص الذين يستخفون بالرياضيات) مثل اكتشاف - أو إعادة اكتشاف - نظرية رياضية حقيقية، فقد نشر روبرت سبنسر في مذكراته نظرية عن الدوائر كان قد أثبتها عندما كان في العشرين من عمره (دون أن يعلم أنها مثبتة قبل ذلك بألفي عام من قِبل بلاتو)، يشكل البروفسور سودي مثالاً أحدث وأصرَخ (لكن نظريته هي له في الحقيقة)[3].

11

مسألة الشطرنج رياضيات حقيقية لكنها رياضيات 'تافهة' بشكل ما، فمهما كانت بارعة ومعقدة ومهما كانت الحركات مبتكرة ومفاجئة فإنه ينقصها شيء أساسي، فمسائل الشطرنج غير هامة، الرياضيات الأفضل جدية بالإضافة لكونها جميلة، إنها 'هامة' إلا أن هذه الكلمة

[3] انظر رسائله عن 'Hexlet' في مجلة Nature، الأجزاء 9-137 للعامين (7-1936).

غامضة جداً وأعتقد أن كلمة 'جدية' تعبر عما أعنيه بشكل أفضل بكثير.

أنا لا أفكر في النتائج 'العملية' للرياضيات (علي أن أعود إلى هذه النقطة لاحقاً) أما الآن فلن أقول إلا إنه إذا كانت مسألة الشطرنج 'عديمة الفائدة' فإن هذا صحيح بالقدر نفسه على معظم أفضل مسائل الرياضيات؛ فالقليل جداً من الرياضيات مفيد عملياً وهذا القليل ضحل نسبياً، 'جدية' النظريات الرياضية لا تكمن في نتائجها العملية والتي تكون ضئيلة عادةً وإنما تكمن في 'دلالة' الأفكار الرياضية التي تتضمنها، بإمكاننا القول - بشكل عام - إن الفكرة الرياضية تكون 'جدية' إذا كان من الممكن ربطها بطريقة طبيعية مع مجتمع كبير من الأفكار الرياضية الأخرى، وبالتالي فالنظرية الرياضية الجدية - النظرية التي تربط الأفكار الجدية - من المحتمل أن تقود إلى تطويرات هامة في الرياضيات بحد ذاتها وحتى في العلوم الأخرى، لم تؤثر أية مسألة شطرنج أبداً على التطوير العام للتفكير العلمي؛ أما فيثاغورس ونيوتن وإنشتاين فقد غيروا اتجاهه بالكامل في أيامهم.

لا تكمن جدية النظرية بالتأكيد في نتائجها التي هي مجرد دليل على جديتها، كان لشكسبير تأثير هائل على تطور اللغة الإنكليزية أما تأثير أتواي فكان ضئيلاً، لكن هذا ليس هو السبب في كون شكسبير هو الشاعر الأفضل بينهما، فقد كان الشاعرَ الأفضل لأنه كتب شعراً أفضل بكثير، فضعف مسألة الشطرنج كما هي حال أشعار أتواي لا يكمن في نتائجها بل في محتواها.

بقيت نقطة واحدة لأتطرق لها باختصار ليس لأنها غير جديرة بالاهتمام بل لأنها صعبة ولأنه ليست لدي أية مؤهلات لأي نقاش جدي في الجمال، فجمال نظرية رياضية ما يعتمد إلى درجة كبيرة على جديتها مثلما أن جمال سطر من الشعر قد يعتمد إلى حد ما على أهمية الأفكار التي يتضمنها، استشهدت بسطرين لشكسبير كمثال عن جمال النموذج اللفظي، لكن السطر التالي يبدو أجمل:

After life's fitful fever he sleeps well

النموذج اللفظي رائع بمقدار سطري الشعر اللذين أشرت إليهما آنفاً إلا أن الأفكار في حالتنا هنا ذات دلالة أعمق كما أن الطرح أمتن بحيث تُستثار أحاسيسنا بشكل أعمق بكثير، للأفكار أهميتها في النموذج - حتى في الشعر - وأكثر من ذلك بكثير - بشكل طبيعي - في الرياضيات؛ لكن علي أن أحاول ألا أجادل في هذه المسألة بشكل جدي.

12

من الواضح الآن أنه إذا كنا سنمتلك أية فرصة في إجراء تقدم فعلي في نقاشنا هذا فعلي أن أقدم أمثلة عن نظريات رياضية 'حقيقية'؛ نظريات يعترف أي رياضي بأنها من الصف الأول، إلا أنني هنا مقيد بشدة بالقيود التي أكتب تحتها، فمن جهة ينبغي أن تكون أمثلتي بسيطة جداً وواضحة للقارئ الذي ليست لديه معرفة اختصاصية بالرياضيات؛ إذ لا ينبغي أن نحتاج إلى أية توضيحات تمهيدية مع ضرورة كون القارئ قادرا على تتبع البراهين ونصوص النظريات على

حد سواء، هذه القيود تستثني – على سبيل المثال – عدداً من أجمل نظريات نظرية الأعداد مثل نظرية فيرما عن 'مجموع المربعين' أو قانون التبادلية التربيعية، ومن جهة أخرى ينبغي أن تكون أمثلتي مستقاة من رياضيات 'رفيعة المستوى'؛ رياضيات من أعمال رياضي محترف، وهذا القيد يستثني الكثير مما كان بالإمكان توضيحه نسبياً لكنه يتعدى حدود المنطق والفلسفة الرياضية.

لا يمكنني هنا القيام بأفضل من الرجوع إلى الإغريق، حيث سأعرض وأثبت اثنتين من أشهر النظريات الرياضية للإغريق، فهما نظريتان 'بسيطتان' سواء من حيث الفكرة أو التنفيذ لكن لا شك على الإطلاق في كونهما نظريتين من الطراز الرفيع، فكلتاهما حية وذات معنى بحيث أنه عند اكتشافهما مر ألفا عام دون أن يُكتَب شيء عن أيٍّ منهما، وأخيراً يمكن فهم هاتين النظريتين مع إثباتيهما في غضون ساعة من قِبل أي قارئ ذكي مهما كانت أدواته الرياضية هزيلة.

1. النظرية الأولى هي إثبات إقليدس[4] عن وجود عدد لا نهائي من الأعداد الأولية.

الأعداد الأولية هي الأعداد

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \ldots \qquad (A)$$

[4] Elements ix 20. المصدر الأصلي للعديد من النظريات الموجودة في Elements غير مبين لكن لا يوجد أي سبب يجعلنا نفترض أن صاحب هذه النظرية ليس إقليدس.

التي لا يمكن تحليلها إلى معاملات أصغر[5]، وبالتالي فالعددان 37 و317 هما عددان أوليان، الأعداد الأولية هي المادة التي تبنى منها كافة الأعداد باستخدام عملية الضرب: وهكذا فإن $666 = 2 \times 3 \times 3 \times 37$، وكافة الأعداد غير الأولية تقبل القسمة على عدد أولي واحد على الأقل (عادةً على عدة أعداد)، ينبغي أن نثبت أنه يوجد عدد لا نهائي من الأعداد الأولية أي أن السلسلة (A) لا تصل إلى نهاية أبداً.

لنفرض أن هذه السلسلة منتهية وأن

$$2,3,5,\cdots,P$$

هي كامل هذه السلسلة (بحيث يكون العدد P هو أكبر عدد أولي)، ولنأخذ بعين الاعتبار بناءً على هذه الفرضية العدد Q المعرَّف بالصيغة التالية

$$Q = (2 \times 3 \times 5 \times \cdots \times P) + 1$$

من الواضح أن Q لا يقبل القسمة على أي من الأعداد $2,3,5,\cdots,P$ لأن باقي قسمته على كلٍ من هذه الأعداد يساوي 1، لكنه إذا لم يكن عدداً أولياً بحد ذاته فسيكون قابلاً للقسمة على أحد الأعداد الأولية وبالتالي يكون هناك عدد أولي (يمكن أن يكون Q نفسه) أكبر من كافة تلك الأعداد الأولية، وهذا يناقض فرضيتنا بأنه ليس هناك عدد أولي أكبر من P؛ وبالتالي فهذا الفرض خاطئ.

[5] هناك أسباب تقنية لعدم اعتبار العدد 1 عدداً أولياً.

أثبتنا هذه النظرية بطريقة نقض الفرض ؛ وطريقة نقض الفرض هذه التي كان يحبها إقليدس كثيراً هي أحد أقوى الأسلحة الرياضية[6]، وهي أقوى من أية مقايضة في الشطرنج : فلاعب الشطرنج يمكن أن يعرض التضحية ببيدق أو حتى بقطعة ذات قيمة أكبر لكن الرياضي يعرض التضحية باللعبة كلها.

13

2. مثالي الثاني هو إثبات فيثاغورس[7] لعدم كون $\sqrt{2}$ عدداً كسرياً.

العدد الكسري هو عدد يكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث a وb عددان صحيحان ؛ يمكننا افتراض عدم وجود قاسم مشترك بين العددين a وb لأنه إذا كان بينهما قاسم مشترك فبإمكاننا إزالته، القول إن '$\sqrt{2}$ ليس عدداً كسرياً' هو مجرد طريقة أخرى للقول إنه لا يمكن التعبير عنه بالصيغة $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ ؛ وهذا مكافئ للقول إنه لا يمكن تحقيق المعادلة

$$a^2 = 2b^2 \qquad \textbf{(B)}$$

بقيمة صحيحة لكلٍّ من a وb اللذين ليس بينهما قاسم مشترك، هذه نظرية حسابية بحتة لا تتطلب أية معرفة بالأعداد 'غير الكسرية' ولا تعتمد على أية نظرية عن طبيعتها.

---

[6] يمكن تنظيم الإثبات بحيث نتجنب إجراء فرض ثم نقضه، وعلماء بعض المدارس المنطقية يفضلون أن يتم الإثبات على ذلك النحو.

[7] يُنسَب هذا الإثبات تقليدياً إلى فيثاغورس وهو بالتأكيد ناتج عن مدرسته، لكن هذه النظرية واردة بصيغة أعم في إقليدس (Elements x 9).

سنقوم بالإثبات هنا أيضاً بطريقة نقض الفرض؛ لنفرض أن (B) صحيحة مع كون a وb عددين صحيحين ليس بينهما قاسم مشترك، هذا يؤدي من المعادلة (B) إلى أن a^2 عدد زوجي (بما أن $2b^2$ يقبل القسمة على 2) وبالتالي فإن a زوجي أيضاً (بما أن مربع أي عدد فردي هو عدد فردي)، وإذا كان a عدداً زوجياً يكون

$$a = 2c \qquad \text{(C)}$$

مع كون c عدداً صحيحاً، وبالتالي يكون

$$2b^2 = a^2 = (2c)^2 = 4c^2$$

أو

$$b^2 = 2c^2 \qquad \text{(D)}$$

وهكذا فإن b^2 زوجي، وبالتالي (للسبب السابق نفسه) يكون b زوجياً، وهذا يعني أن كلاً من a وb زوجي أي أن بينهما قاسماً مشتركاً هو العدد 2، وهذا يناقض فرضنا مما يعني أن ذلك الفرض خاطئ.

ينتج من نظرية فيثاغورس أن قطر المربع ليس قابلاً للمقارنة مع الضلع (أي أن النسبة بينهما ليست عدداً كسرياً أي أنه لا توجد واحدة طول يكون كلٌّ منهما مضاعفاً صحيحاً لها)، لأننا إذا أخذنا طول الضلع كواحدة قياس للأطوال وكان طول القطر يساوي d فإننا نحصل على ما يلي بتطبيق نظرية شهيرة جداً تُنسَب أيضاً إلى فيثاغورس[8]:

---

[8] Euclid, Elements I 47

$$d^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

وبالتالي بحسب النظرية السابقة لا يمكن أن يكون d عدداً صحيحاً.

يمكنني إيراد أي عدد من النظريات الرائعة لنظرية الأعداد بإمكان أي شخص أن يفهم معناها، فعلى سبيل المثال هناك ما يدعى باسم 'النظرية الأساسية للحساب' بأنه يمكن تحليل أي عدد صحيح بطريقة واحدة فقط إلى جداء من أعداد أولية، أي أن $666 = 2 \times 3 \times 3 \times 37$ ولا يوجد تحليل آخر له؛ فمن غير الممكن أن يكون $666 = 2 \times 11 \times 29$ أو أن يكون $13 \times 89 = 17 \times 73$ (يمكننا مشاهدة ذلك دون إجراء عمليات الضرب)، هذه النظرية مثلما يوحي اسمها هي الأساس للحساب عالي المستوى، لكن إثباتها - رغم 'عدمِ صعوبته' - يتطلب عرض مقدمة عن الموضوع كما يمكن أن يبدو مملاً للقارئ غير الرياضي.

من النظريات الشهيرة والجميلة الأخرى هناك نظرية فيرما عن 'المربعين'، يمكن تنظيم الأعداد الأولية (إذا أهملنا العدد الأولي الخاص 2) في صفين؛ الأول هو الأعداد الأولية

$$5, 13, 17, 29, 37, 41, \cdots$$

التي يتبقى 1 من جراء قسمتها على 4، والثاني هو الأعداد الأولية

$$3, 7, 11, 19, 23, 31, \cdots$$

والتي يتبقى 3 من جراء قسمتها على 4. يمكن التعبير عن كافة الأعداد الأولية من الصف الأول على شكل مجموع مربعي عددين صحيحين (وهذا لا ينطبق على أيٍّ من الأعداد الأولية من الصف الثاني)، وبالتالي

$$5 = 1^2 + 2^2, \qquad 13 = 2^2 + 3^2,$$
$$17 = 1^2 + 4^2, \qquad 29 = 2^2 + 5^2;$$

لكن لا يمكن التعبير عن الأعداد 3,7,11 بهذه الطريقة (بإمكان القارئ أن يتحقق من هذا بتجربته)، هذه هي نظرية فيرما التي تصنَّف – بحق – من أروع النظريات في الحساب، لسوء الحظ لا يوجد إثبات لهذه النظرية إلا ضمن حدود إدراك الرياضيين ذوي الخبرة العالية.

توجد أيضاً نظريات جميلة في 'نظرية الكليات' مثل نظرية كانتور عن 'عدم قابلية عد' الأعداد الحقيقية ضمن مجال معين، الصعوبة هنا معكوسة إذا صح التعبير، فالإثبات سهل نوعاً ما عندما نتمكن من السيطرة على المفاهيم لكننا بحاجة إلى شرح معتبر قبل أن يتضح معنى النظرية، لذا سأتوقف عن محاولة طرح المزيد من الأمثلة، فما طرحته من أمثلة كان حالات اختبار إن لم يتمكن القارئ من تقديرها فلا أعتقد أنه سيقدِّر أي شيء في الرياضيات.

قلت إن الرياضي صانع نماذج من الأفكار وإن الجمال والجدية هما المعياران اللذان ينبغي الحكم على نماذجه من خلالهما، وإنه يصعب علي تصديق أن من فهم هاتين النظريتين سيشك في أنهما تنجحان في امتحان الجمال والجدية، فإذا ما قارناهما مع أكثر ألغاز دوديني براعة أو مع أروع مسائل الشطرنج التي صاغها أساتذة هذه اللعبة فإن تفوقهما في كلا المعيارين سيبدو جلياً؛ إذ هناك فرق في المرتبة لا يمكن الخطأ في تقديره، فهما أكثر جدية بكثير كما أنهما أجمل بكثير؛ لكن السؤال الآن هل بإمكاننا أن نحدد بمزيد من الدقة أين يكمن تفوقهما؟

14

في البداية يبدو تفوق النظريات الرياضية من حيث الجدية واضحاً وجلياً، صحيحٌ أن مسألة الشطرنج نتاج مبدع لكنها تركيب محدود جداً من الأفكار لا تختلف فيما بينها جوهرياً وليس لها أي صدىً خارجي، إذ كنا سنبقى نفكر بالطريقة نفسها حتى لو لم يكن الشطرنج قد اختُرِع في حين أن نظريات إقليدس وفيثاغورس قد أثرت بعمق حتى خارج الرياضيات.

وهكذا فإن نظرية إقليدس أساسية للبنية الكاملة لعلم الحساب، فالأعداد الأولية هي المادة الخام التي علينا أن نبني علم الحساب منها ونظرية إقليدس تؤكد لنا أن هناك الكثير من هذه المادة الخام الأساسية، لكن لنظرية فيثاغورس تطبيقات أوسع كما أنها تشكل نصاً أفضل.

علينا أولاً ملاحظة أن برهان فيثاغورس قابل للتوسيع إلى حد كبير كما أنه قابل للتطبيق – مع تغيير صغير في المبدأ – على صفوف واسعة من 'الأعداد غير الكسرية'، إذ يمكننا بالمثل تماماً إثبات أن

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \sqrt{17}$$

ليست أعداداً كسرية (مثلما يبدو أن ثيودوروس فعل) أو (بالمضي أبعد مما فعله ثيودوروس) إثبات أن $\sqrt[3]{2}$ و $\sqrt[3]{17}$ ليسا عددين كسريين[9].

[9] انظر الفصل الرابع من Introduction to the theory of Numbers تأليف هاردي ورايت إذ يتضمن نقاشات حول تعميمات مختلفة لبرهان فيثاغورس وحول لغز تاريخي عن ثيودوروس.

تخبرنا نظرية إقليدس أن لدينا مخزوناً جيداً من المادة الأولية لبناء حساب متماسك للأعداد الصحيحة، أما نظرية فيثاغورس وتوسيعاتها فتخبرنا أن علم الحساب هذا رغم بنائه المتماسك لا يثبت أنه كافٍ لتلبية حاجاتنا لأن هناك الكثير من المقادير التي تفرض أنفسها علينا دون أن نكون قادرين على قياسها باستخدامه؛ وقطر المربع هو أوضح هذه الأمثلة. تم إدراك الأهمية العميقة لهذا الاكتشاف للمرة الأولى من قِبل الرياضيين الإغريق، فقد انطلقوا من فرض أن كافة المقادير التي لها النوع نفسه تكون قابلة للمقايسة مع بعضها (وهذا ما يتوافق – في اعتقادي – مع الإملاءات 'الطبيعية' للـ'معنى المشترك') وأن أي طولين – على سبيل المثال – هما من مضاعفات واحدة مشتركة ما ثم أسسوا نظرية حول التناسب بناءً على هذا الفرض، اكتشاف فيثاغورس فضح عدم متانة هذا الأساس وقاد إلى تأسيس نظرية إيدوكسوس الأعمق بكثير والتي تم طرحها في الكتاب الخامس من السلسلة Elements وينظر إليها العديد من الرياضيين الحديثين على أنها أروع إنجازات الرياضيين الإغريق، هذه النظرية حديثة بروحها بشكل مدهش ويمكن اعتبار أنها بداية النظرية الحديثة للأعداد غير الكسرية التي شكلت ثورة في التحليل الرياضي وكان لها تأثير كبير على الفلسفة الحديثة.

لذا فلا شك على الإطلاق 'بجدية' أيٍّ من هاتين النظريتين، ومن الجدير الانتباه هنا إلى أن أياً من هاتين النظريتين ليست لها أهمية 'عملية'، ففي التطبيقات العملية نهتم بالأعداد الصغيرة نسبياً؛ إذ أن علم فلك النجوم والفيزياء النووية فقط يتعاملان مع أعداد 'كبيرة' وهما لا يتمتعان إلا بالقليل من الأهمية العملية – حتى الآن – بالمقارنة

مع الرياضيات المجردة البحتة. لا أعلم بالتحديد ما هي أعلى درجة من الدقة تكون مفيدة للمهندسين لذا سنكون كريمين جداً إذا قلنا إنها عشرة أرقام معنوية، وبالتالي فإن

$$3.14159265$$

(قيمة الثابت π بدقة ثمانية أرقام عشرية) تساوي النسبة التالية

$$\frac{314159265}{100000000}$$

بين عددين يتكون كلٌّ منهما من تسعة أرقام، عدد الأعداد الأولية الأصغر من 1,000,000,000 يساوي 50,847,478: وهذا كافٍ بالنسبة لمهندس وسيكون سعيداً بالكامل من دون بقية الأعداد، وهكذا فإنه من الواضح أن الأعداد غير الكسرية ليست ذات أهمية بالنسبة للمهندسين بما أنهم مهتمون فقط بالتقريبات وأن كافة التقريبات أعداد كسرية، وبالتالي فلا أهمية عملية بالنسبة للمهندسين لأي من نظريتي إقليدس أو فيثاغورس.

15

المسألة 'الجدية' هي مسألة تتضمن أفكاراً 'ذات معنى'، وأعتقد أنه يتوجب علي تجربة إجراء تحليل أكثر عمقاً للميزات التي تجعل من فكرة رياضية ما فكرة ذات معنى، لكن هذا صعب جداً وأستبعد أن يكون أي تحليل يمكن أن أجريه قيماً جداً، إذ يمكننا إدراك 'فكرة قيمة' ما عندما نشاهدها مثلما حدث مع النظريتين اللتين عرضتهما آنفاً؛

لكن هذه القدرة على الإدراك تتطلب درجة عالية نوعاً ما من التعقيد الرياضي ومن التأقلم مع الأفكار الرياضية؛ الأمر الذي لا يأتي إلا من خلال قضاء عدة سنوات في التعامل بها، لذا علي أن أحاول إجراء نوع من التحليل وينبغي أن يكون ممكناً إجراء تحليل ما يكون - حتى لو لم يكن مناسباً - واضحاً ومتيناً قدر الإمكان، هناك على كل حال أمران يبدوان أساسيين هما نوع من 'العمومية' و'العمق' إلا أنه ليس من السهل تعريف أيٍّ من هاتين الميزتين بدقة.

فالفكرة الرياضية ذات المعنى - والنظرية الرياضية الجدية - ينبغي أن تكون 'عامة' بشكل ما، فالفكرة يجب أن تكون مؤسَّسة على عدة بنى رياضية تُستخدم في إثبات نظريات من مختلف الأنواع، والنظرية - حتى لو تم طرحها في الأصل بصيغة خاصة ما (مثل نظرية فيثاغورس) - ينبغي أن تكون قادرة على التوسيع وتكون عضواً نموذجياً من صف بكامله من نوعٍ من النظريات، والعلاقات التي يُظهرها البرهان ينبغي أن تكون نوعاً من الرابط بين العديد من الأفكار الرياضية المختلفة. كل ما ذكرته حتى الآن مبهم وعرضة للعديد من التحفظات، لكن من السهل بما يكفي أن نرى أنه من المستبعد أن تكون نظرية ما جدية عندما تفتقر إلى هذه الميزات بشكل جلي، وكل ما علينا هو أخذ بعض الأمثلة عن الطرائف المعزولة التي يعج بها علم الحساب، سآخذ مثالين - بشكل عشوائي - من كتاب Mathematical Recreation[10] (إحياء الرياضيات) لروس بول.

---

[10] الإصدار الحادي عشر (مراجعة كوكستر).

(a) العددان 8712 و9801 هما عددان من أربعة أرقام يشكل كلٌّ منهما مضاعفاً صحيحاً لـ 'معكوسه' :

$$8712 = 4 \times 2178, \quad 9801 = 9 \times 1089$$

وليس هناك أية أعداد أخرى أصغر من 10,000 لديها هذه الميزة.

(b) هناك فقط أربعة أعداد (بعد العدد 1) تكتب على شكل مجموع مكعبات أرقامها :

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3, \qquad 370 = 3^3 + 7^3 + 0^3$$
$$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3, \qquad 407 = 4^3 + 0^3 + 7^3$$

هذه حقائق غريبة مناسبة جداً للألغاز الرياضية وهي مسلية للهواة لكنها لا تحتوي أي شيء يروق كثيراً لرياضي، فإثباتها ليس صعباً ولا يدعو إلى الاهتمام بل هو مجرد عمل حسابي مضجر نوعاً ما. هذه النظريات ليست جدية ومن الواضح أن هناك سبباً واحداً لهذا (رغم أنه ربما ليس الأكثر أهمية) هو التخصص الشديد لكلٍّ من نصوصها وإثباتاتها مما يجعلها غير قابلة لأي تعميم ذي معنى.

16

'العمومية' كلمة غامضة وخطيرة نوعاً ما وعلينا أن ننتبه لئلا نسمح لها بتحديد نقاشنا كثيراً، وهي مستخدمة بمعانٍ متنوعة سواء في الرياضيات أو في الكتابة عن الرياضيات، لكن أحدَ هذه المعاني بشكل خاص - وهو الذي يركز عليه المنطقيون كثيراً جداً - ليست له أية صلة

بموضوعنا هذا، وبهذا المفهوم الذي يسهل تعريفه تكون كافة النظريات الرياضية 'عامة' بشكل متساوٍ وتام.

'حقيقة الرياضيات' يقول وايتهيد[11] 'تعتمد على عموميتها التامة المجردة'، فعندما نضمن أن 2+3=5 فإننا نضمن علاقة بين ثلاث مجموعات من 'الأشياء' وهذه الأشياء ليست تفاحات أو بنسات أو أشياء من أي نوع خاص أو آخر لكنها مجرد أشياء - أية أشياء، ومعنى هذه العبارة الرياضية مستقل تماماً عن خصوصية عناصر المجموعات، فكافة 'الأغراض' أو 'المكونات' أو 'العلاقات' الرياضية مثل '2' أو '3' أو '5' أو '+' أو '=' وكذلك كافة القضايا الرياضية التي تطبَّق عليها عامةٌ بشكل تام بمعنى أنها مجردة بشكل تام، إن كلمات وايتهيد في الواقع هي إضافة فائضة عن الحاجة لأن العمومية بهذا المعنى هي التجريد بحد ذاته.

هذا المعنى للعمومية هام وللمنطقيين كامل الحق في التركيز عليه بما أنه يجسد حقيقة بديهية كثيرٌ من الناس الذين يُفترض أن يعلموها جيداً هم أكثر عرضة لأن ينسوها، فمن الشائع جداً - على سبيل المثال - أن يدعي فلكي أو فيزيائي بأنه قد وجد 'إثباتاً رياضياً' على أن الكون الفيزيائي ينبغي أن يتصرف بطريقة معينة، فكافة هذه الادعاءات عديمة المعنى، إذ لا يمكن أن نتمكن من أن نثبت رياضياً أنه سيكون هناك كسوف غداً لأن الكسوف والظواهر الفيزيائية الأخرى لا تشكل جزءاً من عالم الرياضيات المجرد؛ وفي اعتقادي أن كافة الفلكيين سيعترفون

---

[11] Science and the Modern World, p.33.

بهذا الأمر عند الضغط عليهم مهما كان عدد الكسوفات التي تنبؤوا بها بشكل صحيح.

من الواضح أننا لا نهتم بهذا النوع من 'العمومية' هنا، فنحن نبحث عن اختلافات في العمومية بين نظرية رياضية وأخرى في حين أنها كلها متساوية في العمومية بحسب مفهوم وايتهيد، وهكذا فإن النظريتين التافهتين (a) و(b) اللتين عرضناهما في الفقرة 15 متساويتان في 'التجريد' و'العمومية' مع نظريتي إقليدس وفيثاغورس ومع مسألة الشطرنج أيضاً، وهذا ما لا يجعل هناك أي فرق في مسألة الشطرنج سواء كانت القطع بيضاء أم سوداء أو حمراء أم خضراء أو سواء كانت 'قطعاً' فيزيائية أم لا؛ فالمسألة تبقى هي نفسها التي يحملها الخبير في رأسه بسهولة والتي علينا إعادة بنائها بشكل مجهد على الرقعة، فالرقعة والقطع هي مجرد أدوات لتحفيز خيالاتنا البليدة وهي ليست من الأهمية للمسألة إلا بمقدار أهمية اللوح والطباشير للنظريات في محاضرات رياضية.

ليس ما نبحث عنه الآن هو نوع العمومية المشترك بين كافة النظريات الرياضية بل هو نوع العمومية الدقيق والمحير الذي حاولت وصفه بشكل عام في الفقرة 15، ويجب أن ننتبه لئلا نركز كثيراً جداً حتى على العمومية من هذا النوع (كما يميل المنطقيون مثل وايتهيد)، وليس الإنجاز البارع للرياضيات الحديثة هو مجرد 'تكديس دقة التعميم على دقة التعميم'[12]، إذ يجب أن يكون نوع ما من العمومية حاضراً في أية

---

[12] Science and the Modern World, p. 44.

نظرية عالية المستوى لكن وجود الكثير من العمومية يميل بالضرورة إلى التفاهة، فـ'كل شيء هو ذاته وليس شيئاً آخر' ونقاط الاختلاف بين الأشياء هي بنفس أهمية نقاط التشابه، فنحن لا نختار أصدقاءنا لأنهم يجسدون كافة الميزات الخيرة للبشرية بل لأنهم أشخاص كما هم، وهكذا هو الأمر في الرياضيات؛ فالصفة المشتركة بين الكثير جداً من الأغراض يُستبعَد أن تكون مثيرة جداً والأفكار الرياضية أيضاً تصبح باهتة ما لم يكن لها الكثير من الخصوصية، وهنا يمكنني على أي حال أن أقتبس من كلام وايتهيد ما هو إلى صالحي: 'إن التعميم الكبير المحدود بخصوصية فريدة هو المفهوم المثمر'[13].

17

الميزة الثانية التي طلبت وجودها في الفكرة ذات المعنى هي العمق الذي هو بدوره أصعب تعريفاً، فهو أمر يتعلق بالصعوبة؛ فالأفكار 'الأعمق' هي الأصعب تحصيلاً عادةً لكن هذه ليست هي الحال دائماً، فالأفكار الكامنة وراء نظرية فيثاغورس وتعميماتها عميقة إلا أن أياً من الرياضيين لا يراها صعبة الآن، ومن ناحية أخرى يمكن لنظرية ما أن تكون سطحية لكنها صعبة الإثبات رغم ذلك (كما هي حال العديد من نظريات 'ديوفانتيان' أي النظريات التي تتعلق بحل المعادلات في فضاء الأعداد الصحيحة).

[13] Science and the Modern World, p. 46.

تبدو الأفكار الرياضية مُرتَّبة في طبقات مع ارتباط الأفكار في كل طبقة بروابط معقدة سواء بين بعضها أو مع الطبقات التي فوقها وتحتها، وكلما كانت الطبقة أدنى كانت الفكرة أعمق (وبشكل عام أصعب)، وهكذا فإن فكرة الأعداد غير الكسرية أعمق من فكرة الأعداد الصحيحة، ولهذا السبب نفسه فإن نظرية فيثاغورس أعمق من نظرية إقليدس.

لنركز اهتمامنا على العلاقات بين الأعداد الصحيحة أو بعض مجموعات الأغراض الأخرى التي تقع في طبقة محدَّدة ما، عندها قد يحدث أن نتمكن من فهم إحدى هذه العلاقات بالكامل بحيث نتمكن من تحديد إحدى خواص الأعداد الصحيحة – على سبيل المثال – وإثباتها دون أية معرفة بمحتويات الطبقة الأدنى، وهكذا أثبتنا نظرية إقليدس من خلال مجرد أخذ خصائص الأعداد الصحيحة فقط بعين الاعتبار، لكن هناك أيضاً العديد من النظريات حول الأعداد الصحيحة والتي لا يمكننا تقديرها بشكل صحيح – ولا يمكن إثباتها بالكامل – دون التنقيب أعمق وأخذ ما يحدث في الطبقات الأدنى بعين الاعتبار.

من السهل إيجاد أمثلة في نظرية الأعداد الأولية، نظرية إقليدس هامة جداً لكنها ليست عميقة جداً؛ إذ يمكننا إثبات أن هناك عدداً لا نهائياً من الأعداد الأولية دون استخدام أية فكرة أعمق من 'قابلية القسمة'، لكن أسئلة جديدة تطرح نفسها بمجرد أن نعرف إجابة هذا السؤال آنف الذكر، نعم هناك عدد لا نهائي من الأعداد الأولية لكن كيف تتوزَّع هذه الأعداد غير المنتهية؟ ليكن لدينا عدد كبير N – لنقل 10^{80} أو

$10^{10^{10}}$ –[14] فكم عدداً أولياً أصغر من N لدينا تقريباً؟[15] عندما نسأل هذه الأسئلة نجد أنفسنا في موقع مختلف تماماً، يمكننا الإجابة عنها – بدقة تدعو للدهشة – تاركين الأعداد الصحيحة فوقنا (من حيث الطبقات) لفترة وجيزة ومستخدمين أقوى أسلحة نظرية التوابع الحديثة، وهكذا فإن النظرية التي تجيب عن أسئلتنا (والتي تدعى باسم 'نظرية الأعداد الأولية') هي نظرية أعمق بكثير من نظرية إقليدس أو حتى من نظرية فيثاغورس.

يمكنني طرح عدة أمثلة لكن فكرة 'العمق' فكرة محيرة حتى بالنسبة لرياضي قادر على إدراكها، ولا أعتقد أنني قادر هنا على إضافة أي شيء عنها يمكن أن يجده القارئ مفيداً.

18

بقيت نقطة واحدة من الفقرة 11 حيث بدأت بمقارنة 'الرياضيات الحقيقية' والشطرنج، أصبح بإمكاننا أن نقبل تفوق الرياضيات الحقيقية الساحق من حيث الجوهر والجدية والمعنى، ومن الواضح أيضاً بالنسبة لشخص ذكي ومتمرس أن لها أفضلية عظيمة من ناحية الجمال أيضاً؛ لكنه أمر أصعب بكثير أن نتمكن من تعريف هذه الأفضلية

[14] يُفترض أن عدد البروتونات في الكون حوالي 10^{80}، أما إذا أردنا كتابة العدد $10^{10^{10}}$ بشكل عادي فسيستهلك حوالي 50,000 مجلداً من القطع المتوسط.

[15] مثلما أشرت في الفقرة 14 هناك 50,847,478 عدداً أولياً أصغر من 1,000,000,000؛ لكن هذا هو أقصى حد لمعرفتنا *الدقيقة*.

وتحديدها بما أن العيب الأساسي لمسألة الشطرنج ببساطة هو 'كونها عادية' والتباين في هذا الإطار يشوش أية محاكمة جمالية بحتة، فما هي الميزات 'الجمالية البحتة' التي يمكننا تمييزها في مثل هذه النظريات مثل نظرية إقليدس أو فيثاغورس؟ لن أخاطر بقول المزيد باستثناء بعض الملاحظات غير المترابطة.

في كلتا النظريتين (أعتبر البراهين جزءاً من النظريات بالطبع) هناك درجة عالية جداً من عدم التوقع والحتمية والاقتصاد، إذ تأخذ البراهين شكلاً غريباً ويدعو للدهشة؛ فالأسلحة تبدو بسيطة لدرجة الطفولية عند مقارنتها مع النتائج المذهلة التي تؤدي إليها؛ لكن لا مجال للهروب من الاستنتاجات. ليست هناك أية تعقيدات في التفاصيل - فسطر هجومي واحد يكفي لكل حالة؛ وهذا صحيح أيضاً في براهين الكثير جداً من النظريات الأكثر صعوبة والتي يتطلب تقديرها بالكامل درجة عالية جداً من الاحتراف التقني. نحن لا نرغب بالعديد من 'التنويعات' في إثبات نظرية رياضية ما؛ إذ أن 'تعداد الحالات' في الواقع هو أبلد أشكال الحجج الرياضية، فالبرهان الرياضي ينبغي أن يبدو مثل كوكبة نجوم بسيطة وساطعة وليس مثل كويكبات مبعثرة في مجرة.

مسألة الشطرنج تتضمن عدم توقع ومقداراً من الاقتصاد؛ فمن الأساسي وجوب كون الحركات مفاجئة وأن تلعب كل قطعة على الرقعة دورها، لكن التأثير الجمالي تراكمي، ومن الأساسي أيضاً (ما لم تكن المسألة أبسط من أن تكون ممتعة) أن تُتبَع الحركة الأساسية بعدة تنويعات جيدة يتطلب كلٌّ منها إجابة خاصة، فإذا قمت بحركة ما سيتم الرد عليها بحركة معينة أخرى... وهكذا دواليك، وسيذهب التأثير

الجمالي أدراج الرياح إذا لم تكن هناك إجابات جيدة متعددة ومختلفة، كل هذا رياضيات حقيقية وله أحقيته الخاصة؛ لكنه ليس إلا ذلك 'الإثبات من خلال تعداد حالات' (وحالات في النهاية لا تختلف بشكل أساسي عن الحالات الأخرى[16]) والذي ينزع الرياضيون إلى ازدرائه.

إنني أميل إلى التفكير بأنه كان بإمكاني تعزيز حجتي من خلال إثارة مشاعر لاعبي الشطرنج بحد ذاتهم، من المؤكد أن أستاذاً في الشطرنج قد لعب ألعاباً ومباريات عظيمة سيزدري النظرة للشطرنج على أنه مسألة رياضيات بحتة، فهو لديه الكثير منها في قرارة نفسه ويمكنه توليدها في الحالات الطارئة: 'فإذا قام الخصم بهذه الحركة أو تلك ستكون في ذهني تشكيلة من الحركات الفائزة'، لكن 'اللعبة العظيمة' للشطرنج لعبة نفسية بالدرجة الأولى أي هي صراع بين شخصين على درجة عالية من الذكاء والتدريب وليست مجرد مجموعة من النظريات الرياضية.

19

علي أن أعود إلى اعتذاري في المحاضرة التي ألقيتها في جامعة أكسفورد وأتفحص بمزيد من الانتباه بعض النقاط التي أثرتها في الفقرة 6، من الواضح الآن أنني مهتم بالرياضيات على أنها فن إبداعي فقط، لكن

---

[16] أعتقد أن وجود تنويعات من الحركات من نفس النمط يُعتبَر نقطة جدارة في مسألة ما.

هناك أسئلة أخرى ينبغي أخذها بعين الاعتبار وخاصة حول 'قابلية استخدام' الرياضيات (أو فائدتها) والتي يوجد لغط كبير في الأفكار حولها، علينا أيضاً أن نأخذ بعين الاعتبار مسألة فيما إذا كانت الرياضيات في الحقيقة 'غير مؤذية' أبداً كما افترضت في محاضرتي التي ألقيتها في جامعة أكسفورد.

يمكن القول عن أي علم أو أي فن إنه 'مفيد' إذا كان تطوره يزيد - حتى لو بشكل غير مباشر - رفاهية الإنسان وراحته وإذا كان يزيد من السعادة بالمعنى العام والشامل لهذه الكلمة، وبالتالي فالطب وعلم الأحياء مفيدان لأنهما يقللان المعاناة، والهندسة مفيدة لأنها تساعدنا في بناء البيوت والجسور وفي رفع مستوى الحياة أيضاً (للهندسة استخدامات مؤذية أيضاً لكن هذا ليس موضوعنا هنا). من المؤكد أن بعض الرياضيات مفيد في هذا الإطار؛ فالمهندسون لم يكونوا ليتمكنوا من القيام بأعمالهم لو لم تكن لديهم معرفة معينة بالرياضيات كما أن الرياضيات أصبحت تجد تطبيقات حتى في علم الأحياء، وبالتالي لدينا هنا أرضية محتملة للدفاع عن الرياضيات؛ ربما لا يكون هذا أفضل دفاع أو أقواه لكنه أمر يمكننا النظر به، لكن الاستخدامات 'الأرقى' للرياضيات - في حال وجودها - أي الاستخدامات التي تتشارك مع كافة الفنون الإبداعية لن تكون موضوع نقاشنا هنا، فالرياضيات - كما الشعر والموسيقى - قد 'ترتقي وتعزز عادة ذهنية ما وهذا يزيد بالتالي من سعادة الرياضيين وحتى الناس الآخرين؛ لكن الدفاع عنها على هذه الأرضية قد يكون مجرد البناء على ما قلته منذ قليل، فما سنأخذه بعين الاعتبار هنا هو فائدة الرياضيات بأبسط معانيها وأشملها.

20

قد يبدو كل هذا واضحاً جداً، لكن حتى هنا لدينا غالباً مقدار من الضبابية بما أن أكثر المواضيع 'فائدة' هي عادةً تلك التي يكون من غير المفيد بالنسبة لنا أن نتعلمها، من المفيد أن يكون هناك عدد كافٍ من علماء الأحياء والمهندسين لكن علم الأحياء والهندسة ليست دراسات مفيدة للأشخاص العاديين (رغم أنه يمكن الدفاع عن دراستها على أرضيات أخرى)، بالنسبة لي شخصياً لم أجد نفسي أبداً في موضع قدمت لي فيه معرفتي العلمية خارج الرياضيات البحتة أية فائدة طفيفة.

من المدهش في الحقيقة ضآلة القيمة العملية التي تقدمها المعرفة العلمية بالنسبة للأشخاص العاديين وكم هي بليدة ومبتذلة مثل هذه المعرفة التي تقدم قيمة كهذه وكم يظهر أن هذه القيمة تتغير عكسياً مع ما هو معروف عنها من فائدة، فمن المفيد أن تكون سريعاً بشكل مقبول في إنجاز العمليات الحسابية المألوفة (وهذا رياضيات بحتة بالطبع)، ومن المفيد أيضاً أن تعلم القليل من الفرنسية أو الألمانية والقليل من التاريخ والجغرافيا وربما القليل أيضاً من الاقتصاد، لكن القليل من الكيمياء أو الفيزياء أو علم الأحياء ليس له أية قيمة على الإطلاق في الحياة العادية، فنحن نعلم أن الغاز يحترق دون أن نعرف مكوناته؛ وعندما تتعطل سياراتنا فإننا نأخذها إلى مرآب للصيانة؛ وعندما تؤلمنا معدتنا فإننا نذهب إلى طبيب أو مشفى، أي أننا نعيش بالاعتماد على المعرفة الاحترافية للآخرين.

إلا أن هذا موضوع جانبي متعلق بأصول التدريس ويهم فقط المدرسين الذين عليهم أن ينصحوا أولياء الأمور بتقديم تعليم 'مفيد' لأبنائهم. إننا بالطبع لا نعني عندما نقول إن علم الأحياء مفيد أنه ينبغي على معظم الناس أن يدرسوا علم الأحياء لكننا نعني أن تطور علم الأحياء على يد حفنة من الخبراء سيزيد من راحة أغلبية الناس، والأسئلة التي تهمنا الآن هي إلى أي حد يمكن أن تدعي الرياضيات أنها مفيدة بهذا المعنى؟ وما هي أصناف الرياضيات التي يمكن أن تحقق أفضل فائدة؟ وإلى أي حد يمكن تبرير الدراسة المكثفة للرياضيات مثلما هي مفهومة من قبل الرياضيين على هذه الأرضية فقط؟

21

ربما أصبح واضحاً الآن ما هي الاستنتاجات التي سأصل إليها؛ لذا سأعرضها دفعة واحدة دون أي دليل ثم أتوسع فيها قليلاً. لا يمكن إنكار وجود فائدة عملية معتبرة لمقدار جيد من الرياضيات الأساسية (وأعني بالرياضيات 'الأساسية' ما يعنيه الرياضيون المحترفون والتي تتضمن على سبيل المثال مقداراً من المعرفة بحساب التفاضل والتكامل)، هذه الأجزاء من الرياضيات هزيلة بشكل عام وهي الأجزاء التي لها أقل قيمة جمالية، أما الرياضيات 'الحقيقية' للرياضيين 'الحقيقيين' أي رياضيات فيرما وأويلر وغاوس وآبل وريمان فهي 'عديمة الفائدة' ككل (وهذا صحيح من أجل الرياضيات 'التطبيقية' بقدر صحته من أجل الرياضيات 'البحتة')، ومن غير

الممكن أن نبرر حياة أي رياضي محترف حقيقي على أرضية 'فائدة' عمله.

لكن علي هنا أن أعالج اعتقاداً خاطئاً، إذ يُعتقَد أحياناً أن رياضيي الرياضيات البحتة يفتخرون بعدم وجود فائدة لعملهم[17] وبعدم وجود تطبيقات عملية له، ويتم إلصاق هذه التهمة عادةً بناءً على مقولة غير حذرة منسوبة إلى غاوس فحواها أنه إذا كانت الرياضيات هي ملكة العلوم فإن نظرية الأعداد - نتيجةً لكونها غير ذات فائدة - هي ملكة الرياضيات (مع أنني لم أستطع أن أجد أي اقتباس لعبارته الحرفية التي تقول هذا المعنى)، إنني واثق أنه قد تم تفسير مقولة غاوس بشكل خاطئ كلياً (هذا إذا كانت موجودة في الحقيقة)، وإذا كان من الممكن استخدام نظرية الأعداد في أية غاية تطبيقية ونبيلة واستغلالها مباشرةً في زيادة سعادة البشرية أو في تقليل معاناتها تماماً كما هي حال علم الأحياء أو حتى الكيمياء فمن المؤكد أنه لن يكون غاوس أو أي رياضي آخر من الحماقة بمكان بحيث يدين تطبيقات كهذه أو ينكرها، لكن العلم يعمل من أجل الشر بالإضافة إلى عمله من أجل الخير (وخاصة في زمن الحرب بالطبع) وهذا يمكن أن يبرر لغاوس وللرياضيين الآخرين بهجتهم بوجود علم ما (أياً يكن ذلك العلم) - فكيف إذا كان علمهم بحد ذاته - يبقيه نأيه الشديد عن نشاطات الناس العاديين نبيلاً وطاهراً.

---

[17] لقد اتُّهمت شخصياً بتبني وجهة النظر هذه، فقد قلت مرة إنه 'يقال عن علم ما إنه مفيد إذا كان تطوره يسعى لتعزيز عدم المساواة الموجود في توزيع الثروة أو بعبارة مباشرة أكثر إذا كان يعزّز تدمير الحياة البشرية'. وقد تم اقتباس هذه الجملة التي كتبتها عام 1915 عدة مرات (سواء في صالحي أو ضدي).

22

هناك اعتقاد خاطئ آخر ينبغي أن نتصدى له، فمن الطبيعي جداً أن نفترض وجود اختلاف جوهري في الفائدة بين الرياضيات 'البحتة' و'التطبيقية'، لكن هذا وهم: إذ هناك تمييز قاطع بين هذين النوعين من الرياضيات سأشرحه فيما يلي لكنني أستبعد أن يؤثر على فائدة كلا النوعين.

بماذا تختلف الرياضيات البحتة والتطبيقية عن بعضهما؟ هذا سؤال يمكن الإجابة عنه على نحو محدَّد وهناك اتفاق عام عليه بين الرياضيين، لا يوجد أي شيء غير تقليدي في جوابي لكنه يحتاج إلى مقدمة قصيرة.

سيكون للفقرتين التاليتين نوع من النكهة الفلسفية، لن تكون الفلسفة عميقة أو جوهرية بأي شكل في طروحاتي الأساسية؛ إلا أنني سأستخدم مفردات تُستخدم كثيراً جداً في الاقتضاءات الفلسفية المحدَّدة وسيشعر القارئ بالإرباك إن لم أشرح كيف سأستخدمها.

استخدمت الصفة 'حقيقي' غالباً مثلما نستخدمها في الأحاديث العادية، وقد تحدثت عن 'الرياضيات الحقيقية' و'الرياضيين الحقيقيين' مثلما كنت لأتكلم عن 'الشعر الحقيقي' أو 'الشعراء الحقيقيين' وسأستمر في القيام بهذا، لكنني سأستخدم أيضاً كلمة 'الحقيقة' بمعنيين مختلفين.

في المقام الأول سأتحدث عن 'الحقيقة الفيزيائية' وسأستخدم هذه الكلمة هنا بمعناها العادي أيضاً، إذ أعني بالحقيقة الفيزيائية العالم

المادي؛ عالم الليل والنهار والزلازل والكسوفات أي العالم الذي يحاول العلم الفيزيائي توصيفه.

لا أعتقد أن أي قارئ قد وجد صعوبة حتى الآن في التعامل مع لغتي، لكنني أقترب الآن من أرضية أكثر صعوبة، فبالنسبة لي - ولأغلب الرياضيين على ما أعتقد - هناك حقيقة أخرى سأدعوها 'الحقيقة الرياضية'، لكن ليس هناك أي نوع من الاتفاق على طبيعة الحقيقة الرياضية سواء بين الرياضيين أو الفلاسفة، فبعضهم يعتبرها 'ذهنية' وأننا نحن من نبنيها فيما يعتبر آخرون أنها تكمن خارجنا وأنها مستقلة عنا، وإن تمكن أحد من تقديم تعليل مقنع للحقيقة الرياضية يكون قد حل العديد من أصعب مسائل ما وراء الطبيعة، وإن تمكن من تضمين الحقيقة الفيزيائية في تعليله يكون قد حلها كلها.

ينبغي ألا أتمنى أن أناقش أياً من هذه الأسئلة هنا حتى لو كنت مؤهَّلاً لذلك، لكنني سأعرض موقفي دون أدلة حتى أتجنب أي نوع من سوء الفهم، أعتقد أن الحقيقة الرياضية تكمن خارجنا وأن وظيفتنا هي اكتشافها أو مراقبتها وأن النظريات التي نثبتها ونتحدث عنها بفخر على أنها 'إبداعاتنا' هي ببساطةٍ ملاحظاتنا التي وجدناها نتيجة هذه المراقبة، لقد تم تبني هذه النظرة - بشكل أو بآخر - من قِبل العديد من الفلاسفة ذائعي الصيت وعلي هنا أن استخدم اللغة الطبيعية للأشخاص الذين يعتقدون بذلك، أما القارئ الذي لا يحب الفلسفة فيمكنه تغيير اللغة: إلا أن هذا لن يغير الاستنتاجات إلا قليلاً.

23

ربما يظهر التباين بين الرياضيات البحتة والتطبيقية بأوضح شكل في الهندسة، فهناك علم الهندسة البحتة[18] الذي يتضمن العديد من الهندسات مثل الهندسة الإسقاطية والهندسة الإقليدية والهندسة غير الإقليدية وما إلى ذلك، وكلٌّ من هذه الهندسات نموذج - قالب من الأفكار - ويتم الحكم عليه من خلال تأثيره وجمالية قالبه الخاص، إنه خارطة أو صورة نتجت عن العمل المشترك للعديدين وهي نسخة جزئية وغير تامة (رغم دقتها في ما اتسعت إليه حتى الآن) لقسم من الحقيقة الرياضية، لكن النقطة الهامة لنا هنا هي التالية: هناك شيء واحد ليست الهندسات البحتة فيه صوراً وهو الحقيقة الفضائية-الزمنية للعالم الفيزيائي، ومن الواضح بالتأكيد أنها لا يمكن أن تكون كذلك لأن الزلازل والكسوفات ليست مفاهيم رياضية.

قد يبدو هذا متناقضاً بالنسبة لشخص خارجي لكنه حقيقة بالنسبة لمتخصص في الهندسة؛ وقد أتمكن ربما من توضيحه عبر مثال توضيحي، لنفترض أنني ألقي محاضرة عن نظام هندسي ما مثل الهندسة الإقليدية العادية وأنني رسمت أشكالاً على اللوح لإثارة خيال الحضور كأن أرسم أشكالاً غير دقيقة لخطوط مستقيمة أو دوائر أو منحنيات إهليلجية، من الواضح بدايةً أن صحة النظريات التي

[18] حتى نتمكن من النقاش بشكل صحيح علينا بالطبع أن نعتبر الهندسة البحتة هي ما يدعوه الرياضيون بالهندسة 'التحليلية'.

أثبتها لن تتأثر على الإطلاق بنوعية الأشكال التي أرسمها، فالهدف من هذه الأشكال هو مجرد إيصال المعاني التي أتحدث عنها إلى المستمعين وإذا تمكّنت من هذا فلن تكون هناك أية فائدة من إعادة رسمها من قبل أفضل الرسامين، إنها رسوم توضيحية وليست جزءاً من المادة الحقيقية للمحاضرة.

لنمضِ قدماً، فالقاعة التي ألقي فيها المحاضرة هي جزء من العالم الفيزيائي ولها قالبها الخاص بها، دراسة هذا القالب – ودراسة قالب الحقيقة الفيزيائية بشكل عام – هو علم بحد ذاته يمكننا أن ندعوه باسم 'الهندسة الفيزيائية'، لنفرض أنه تم إحضار مولد شديد القوة أو جسم ذي قوة مغناطيسية هائلة إلى القاعة، عندها يخبرنا الفيزيائيون أن هندسة الغرفة تغيرت وأنه حدث تشوه طفيف لكنه مؤكد على قالبها الفيزيائي بكامله، لكن هل أصبحت النظريات التي قمت بإثباتها خاطئة؟ من المؤكد أنه من غير المعقول أن نفترض أن إثباتات النظريات التي قدمتها ستتأثر بأي شكل من الأشكال، فهذا سيبدو مثل افتراض أن مسرحية لشكسبير ستتغير إذا سكب قارئ ما فنجان شاي على إحدى صفحاتها، فالمسرحية مستقلة عن الصفحات التي طبعت عليها وكذلك 'الهندسات البحتة' مستقلة عن قاعات المحاضرات أو أية تفاصيل أخرى موجودة في العالم الفيزيائي.

هذه هي وجهة نظر رياضي بحت، أما الرياضيون التطبيقيون والفيزيائيون الرياضيون فلديهم عادةً وجهة نظر مختلفة بما أنهم يهتمون بالعالم الفيزيائي بحد ذاته والذي له بنيته الخاصة أو قالبه الخاص، لا يمكننا أن نوصف هذا القالب بشكل دقيق بمثل قدرتنا على توصيف

الهندسة البحتة لكن يمكننا قول شيء ذي معنى عنه، يمكننا توصيف العلاقات القائمة بين بعض مكوناته - بدقة جيدة أحياناً وبشكل أقل دقة أحياناً أخرى - ومقارنتها مع العلاقات الصحيحة القائمة بين نظام ما من الهندسة البحتة، قد نكون قادرين على تتبُّع بعض نقاط التشابه بين مجموعتي العلاقات وعندها ستصبح الهندسة البحتة مثار اهتمام الفيزيائيين؛ إذ أنها تعطيهم - إلى حد ما - خريطة 'تتوافق مع حقائق' العالم الفيزيائي، وهكذا تعطي الهندسة البحتة للفيزيائي مجموعة كاملة من الخرائط التي يمكنه الاختيار منها، قد تتوافق إحدى هذه الخرائط مع الحقائق أكثر من غيرها وعندها ستصبح الهندسة التي تؤمن تلك الخريطة الخاصة هي الهندسة الأكثر أهمية من أجل الرياضيات التطبيقية، يمكنني إضافة أنه حتى الرياضي البحت يمكن أن يسرِّع تقديره للهندسة بما أنه ليس هناك رياضي بحت إلى درجة ألا يشعر بأي اهتمام على الإطلاق بالعالم الفيزيائي؛ لكنه سيترك موقعه الرياضي البحت إلى الحد الذي يستسلم به إلى ذلك الإغواء.

24

هناك ملاحظة أخرى تطرح نفسها وقد يجدها الفيزيائيون مناقضة للواقع رغم أن التناقض فيها قد يبدو أقل بكثير مما كان يبدو عليه منذ ثمانية عشر عاماً، سأعبر عنها بنفس الكلمات التي استخدمتها عام 1922 وخاطبت بها القسم A من الجمعية البريطانية، كان كامل الحضور تقريباً من الفيزيائيين آنذاك وقد أكون تكلمت بشكل محرض نوعاً ما بناءً على هذا لكنني ما زلت مؤمناً بجوهر ما قلته.

بدأت بالقول إن الفرق بين موقع الرياضي والفيزيائي أقل ربما مما يُفترَض عادةً وإن الفرق الأهم كما يبدو لي هو أن الرياضي على تماس مباشر أكبر مع الحقيقة، قد يبدو هذا مناقضاً للواقع بما أن الفيزيائي هو من يتعامل مع الموضوع الذي يوصَف عادةً بأنه 'حقيقي'؛ لكن يكفي القليل من التفكير حتى يظهر أن حقيقة الفيزيائي - مهما كانت - لديها فقط القليل من السمات التي ينسبها الحس السليم إلى الحقيقة، قد يكون الكرسي مجموعةً من الإلكترونات دائمة الحركة الدورانية أو فكرةً في ذهن الله: فلكلٍ من هاتين المقولتين حسناتها لكن أياً منهما لا تتوافق مع الحس السليم.

مضيت لأقول إنه لا الفيزيائيون ولا الفلاسفة أعطوا أبداً أية مقولة مقنعة عن ماهية 'الحقيقة الفيزيائية' أو عن كيفية عبور الفيزيائي من الحقيقة المشوشة الغامضة أو الإحساس الذي يبدأ منه إلى بناء الأغراض التي يدعوها بأنها 'حقيقية'، وهكذا لا يمكننا الإدعاء بمعرفة ما هو الموضوع الأساسي للفيزياء لكن هذا لن يمنعنا بالضرورة من فهم ما يحاول الفيزيائي القيام به بشكل عام، فمن الواضح أنه يحاول ربط جسم الحقيقة غير المتماسك الماثل أمامه بنوع من العلاقات المجردة الواضحة والمرتبة والتي يمكنه استعارتها من الرياضيات فقط.

الرياضي - من ناحية أخرى - يتعامل مع الحقيقة الرياضية الخاصة به، وقد نظرت إلى هذه الحقيقة - مثلما شرحت في الفقرة 22 - نظرة 'واقعية' وليست 'مثالية'، وعلى كل حال - وهذه هي النقطة الأساسية هنا - فإن هذه النظرة الواقعية معقولة أكثر بكثير بالنسبة للحقيقة الرياضية منها بالنسبة للحقيقة الفيزيائية لأن الأغراض

الرياضية أكثر بكثير مما تبدو عليه، فالكرسي أو النجم ليس مثلما يبدو؛ فكلما فكرنا به أكثر كلما أصبح أكثر غموضاً وأكثر إيغالاً في ضباب الأحاسيس التي تحيط به؛ لكن لا علاقة لأغراض مثل '2' أو '317' بالأحاسيس إطلاقاً وتصبح خصائصها أكثر وضوحاً كلما أمعنا النظر فيها أكثر، قد يكون الأمر أن الفيزياء الحديثة تتوافق بشكل أفضل مع هيكل من الفلسفة المثالية إلا أنني لا أعتقد ذلك رغم أن كثيراً من الفيزيائيين يقولونه، الرياضيات البحتة – من ناحية أخرى – تبدو لي كصخرة تؤسَّس عليها المثالية بكاملها؛ فالعدد 317 عدد أولي ليس لأننا نفكر به بهذه الطريقة أو لأن عقولنا مرتبة بشكل معين دون آخر بل لأنه كذلك؛ لأن الحقيقة الرياضية مبنية على هذا النحو.

25

نقاط التمييز بين الرياضيات البحتة والتطبيقية هامة بحد ذاتها لكن تأثيرها ضئيل جداً على نقاشنا حول 'فائدة' الرياضيات، تحدثت في الفقرة 21 عن الرياضيات 'الحقيقية' لفيرما والرياضيين العظماء الآخرين؛ الرياضيات التي لها قيمة جمالية دائمة (مثلما هي حال أفضل رياضيات الإغريق على سبيل المثال)؛ الرياضيات الخالدة لأن أفضل ما فيها ربما سيظل يُشعِر آلاف الناس بالإشباع العاطفي الشديد بعد آلاف السنين تماماً مثل أفضل الأدب، هؤلاء الرياضيون العظام كانوا بمعظمهم علماء رياضيات بحتة (رغم أن التمييز كان طبعاً أقل حدة في تلك الأيام مما هو عليه الآن)؛ إلا أنني لم أكن أفكر بالرياضيات البحتة فقط، فأنا أعد ماكسويل وإنشتاين وإدينغتون

وديراك من الرياضيين 'الحقيقيين'، فالإنجازات الحديثة العظيمة للرياضيات التطبيقية كانت في النسبية وميكانيك الكم إلا أن هذه المواضيع - في الحاضر على الأقل - 'غير مفيدة' مثلما هي حال نظرية الأعداد. إن الأجزاء الأولية والمبتذلة من الرياضيات التطبيقية كما أن الأجزاء الأولية والمبتذلة من الرياضيات البحتة هي التي تعمل من أجل الخير أو الشر، وقد يغير الزمن كل هذا، إذ لم يكن أحد قد تنبأ بتطبيقات المصفوفات والمجموعات والنظريات الرياضية البحتة الأخرى في الفيزياء الحديثة وقد تصبح بعض الرياضيات التطبيقية 'عالية المستوى' 'مفيدة' بطريقة غير متوقعة لكن الأدلة تشير حتى الآن إلى الاستنتاج القائل بأن المواضيع الاعتيادية المبتذلة هي التي تشكل الحياة التطبيقية.

أذكر أن إدينغتون أعطى مثالاً مفرحاً عن عدم جاذبية العلم 'المفيد'، فقد أقامت الجمعية البريطانية لقاءً في ليدس وكان الاعتقاد أن الأعضاء ربما يحبون أن يسمعوا شيئاً عن تطبيقات العلم في صناعة 'المنسوجات الصوفية الثقيلة'، لكن المحاضرات والعروض التي نظّمت لهذه الغاية لاقت إخفاقاً تاماً تقريباً، فقد بدا أن الأعضاء (سواء كانوا من مواطني ليدس أم لا) يريدون التسلية وأن 'المنسوجات الصوفية الثقيلة' ليست موضوعاً مسلياً على الإطلاق بالنسبة لهم، وهكذا فإن الحضور في تلك المحاضرات كان مخيباً جداً للآمال؛ في حين أن الذين ألقوا محاضرات عن الحفريات في كنوسوس أو عن النسبية أو نظرية الأعداد الأولية كانوا مسرورين بالحضور الذي اجتذبته محاضراتهم.

26

ما هي الأجزاء المفيدة من الرياضيات؟

أولاً أكثر الرياضيات التي تدرَّس في المدارس مثل الحساب وأساسيات كلٍّ من الجبر والهندسة الإقليدية وحساب التفاضل والتكامل، علينا هنا أن نستثني مقداراً مما يدرَّس 'للمختصين' مثل الهندسة الإسقاطية، وفي الرياضيات التطبيقية هناك أساسيات الميكانيك (ينبغي تصنيف الكهرباء كما تُدرَّس في المدارس على أنها فيزياء).

بعد ذلك فإن نسبة معقولة من الرياضيات الجامعية مفيدة وخاصةً ذلك الجزء الذي يشكل في الواقع تطويراً للرياضيات المدرسية مع تقنيات أكثر صقلاً ومقدار من المواضيع الفيزيائية مثل الكهرباء والهيدروميكانيك، علينا أن نتذكر أيضاً أن الحصول على مخزون من المعرفة يشكل ميزة دائماً وأن أكبر قدرة تطبيقية للرياضي يمكن أن تعاق بشدة إذا كانت معرفته هي فقط الحد الأدنى الأساسي بالنسبة له؛ ولهذا السبب علينا إضافة القليل تحت كلٍّ من هذه العناوين، لكن استنتاجنا العام يجب أن يكون أن رياضيات كهذه مفيدة بما أنها مطلوبة للمهندس المتميز أو الفيزيائي العادي؛ وهذا مكافئ تقريباً للقول إن رياضيات كهذه مفيدة بما أنها لا تتميز بأية جمالية خاصة، فالهندسة الإقليدية - على سبيل المثال - مفيدة في أكثر نواحيها ابتذالاً حيث لا نريد ذكر بديهيات التوازي أو نظرية التناسب أو بناء خماسي أضلاع منتظم.

يظهر هنا استنتاج لافت آخر بأنه من الواضح أن الرياضيات البحتة مفيدة أكثر من التطبيقية، كما يبدو أن للرياضي البحت أفضلية على التطبيقي من ناحية الجمالية أيضاً، والمفيد فوق كل هذا هو التقنية مع العلم أن التقنية الرياضية تدرَّس بشكل أساسي عبر الرياضيات البحتة.

آمل ألا أحتاج للقول إنني لست أحاول الحط من قدر الفيزياء الرياضية التي تشكل مجالاً رائعاً مع عدد هائل من المسائل التي أدت إلى تحفيز أفضل المخيلات المبدعة، لكن أليس موقع الرياضي التطبيقي العادي يدعو إلى الحزن أكثر بشكل أو بآخر؟ لأنه إذا أراد أن يكون مفيداً فعليه أن يعمل بطريقة رتيبة ولا يمكنه أن يطلق العنان لخياله حتى عندما يأمل بالارتقاء إلى الأعلى، فالأكوان 'التخيلية' أجمل بكثير من ذلك الكون 'الحقيقي' المبني بغباء؛ وينبغي أن تُنبَذ أجمل منتجات خيال الرياضي التطبيقي مباشرةً بعد إبداعها للسبب القاسي - والكافي في آن واحد - بأنها لا تتلاءم مع الحقائق.

حتماً يبرز هنا الاستنتاج العام ببساطة كافية، إذا كانت المعرفة المفيدة - مثلما اتفقنا مؤقتاً على تعريفها - هي المعرفة التي من المحتمل أن تساهم - الآن أو في المستقبل القريب نسبياً - في الراحة المادية للجنس البشري بحيث لا يكون الرضا الفكري ذا صلة بفائدتها فإن السواد الأعظم من الرياضيات العليا غير ذي فائدة، وبالتالي فإن أياً من الجبر والهندسة الحديثين ونظرية الأعداد ونظرية المجموعات والتوابع والنسبية وميكانيك الكم لن ينجح في اختبار الفائدة ولن يكون بالإمكان تبرير وجود أي رياضي حقيقي على هذا الأساس، وإذا كان هذا هو الاختبار المتبع فإن آبل وريمان وبوانكاريه قد هدروا عمرهم سدى؛

فمساهمتهم في الراحة البشرية مهملة وربما يكون العالم مكاناً أسعد من دونهم.

27

قد يعترض أحد قائلاً إن مفهوم 'المنفعة' الذي طرحته كان ضيقاً جداً بحيث عرّفته من حيث 'السعادة' أو 'الراحة' فقط وأهملت التأثيرات 'الاجتماعية' العامة للرياضيات والتي ركز عليها الكتّاب الجدد بشدة بنسب مختلفة من التعاطف، وهكذا فإن وايتهيد (الذي كان رياضياً) تحدث عن 'التأثير الهائل للمعرفة الرياضية على حياة الأشخاص وسلوكهم اليومي وعلى تنظيم المجتمع'؛ وهوغبن (الذي يتساوى عدم تعاطفه مع ما أدعوه أنا والرياضيون الآخرون بالرياضيات مع تعاطف وايتهيد معها) يقول إنه 'من دون معرفة بالرياضيات وقواعد القياس والترتيب لا يمكننا تخطيط المجتمع العقلاني بحيث تكون السعادة متوفرة للجميع ويكون الفقر بعيداً عن الجميع' (بالإضافة إلى الكثير من الكلام الذي يؤدي إلى نفس هذه النتيجة).

لا يمكنني الاعتقاد بأن كل هذه الفصاحة والبلاغة ستجعل الرياضيين مرتاحين، فلغة كلا الكاتبين مبالَغ فيها بشكل غير طبيعي كما أن كليهما أغفل نقاط تميز واضحة جداً، وهذا طبيعي في حالة هوغبن بما أنه ليس رياضياً؛ فهو يعني بـ'الرياضيات' الرياضيات التي يمكنه فهمها والتي دعوتها بالرياضيات 'المدرسية'، فلهذه الرياضيات استخدامات عديدة كنت قد قبلتها ويمكننا أن ندعوها 'اجتماعية' إذا

رغبنا بذلك وهي تفرض نفسها على هوغبن مع العديد من الإغراءات عن تاريخ الاكتشافات الرياضية، وهذا ما يعطي كتابه استحقاقه بما أنه مكّنه من التبسيط للكثير من القراء الذين لم يكونوا أبداً رياضيين ولن يصبحوا كذلك أنه هناك رياضيات أكثر مما يعتقدون، لكن ليس لديه إدراك للرياضيات 'الحقيقية' (الأمر الذي يمكن أن يلاحظه مباشرةً أي شخص يقرأ ما كتبه عن نظرية فيثاغورس أو عن إقليدس وإنشتاين) وهو أقل تعاطفاً معها (فهو لم يألُ جهداً في إظهار هذا)، فالرياضيات 'الحقيقية' بالنسبة له مجرد شيء يرثى له ولا يستحق أكثر من الازدراء.

ليس نقص الفهم أو التعاطف هو المشكلة في حالة وايتهيد؛ لكنه في غمرة حماسه نسي نقاط التمييز التي يعرفها جيداً، فالرياضيات التي لها 'تأثير هائل' على 'السلوك اليومي للأشخاص' وعلى 'تنظيم المجتمع' ليست رياضيات وايتهيد بل رياضيات هوغبن، إن الرياضيات التي يمكن استخدامها 'لأغراض عادية ومن قِبل أشخاص عاديين' مهملة وتلك التي يمكن استخدامها من قِبل الاقتصاديين أو علماء الاجتماع يصعب أن ترتقي أكثر من 'المعيارية المدرسية'، أما رياضيات وايتهيد فيمكن أن تؤثر على علم الفلك أو الفيزياء بشكل أساسي وعلى الفلسفة بشكل كبير - فمن المرجّح أن يؤثر المستوى العالي من التفكير في مجال ما على المستوى العالي من التفكير في مجال آخر - لكن تأثيرها ضئيل جداً على أي شيء آخر، 'فتأثيرها الهائل' ليس على الأشخاص بشكل عام بل على أشخاص مثل وايتهيد نفسه.

28

هناك إذاً نوعان من الرياضيات، هناك الرياضيات الحقيقية التي يعمل بها رياضيون حقيقيون وهناك ما سأدعوه الرياضيات 'التافهة' ريثما أجد كلمة أفضل، يمكن تبرير الرياضيات التافهة بحجج يمكن أن تغري هوغبن أو الكتّاب الآخرين من مدرسته لكن ليس هناك دفاع كهذا عن الرياضيات الحقيقة التي ينبغي تبريرها كفنٍ إذا كان من الممكن تبريرها أصلاً. ليس هناك أي تناقض على الإطلاق في هذه النظرة التي يشترك بها كافة الرياضيين.

بقي لدينا سؤال ينبغي النظر به، لقد استنتجنا أن الرياضيات التافهة مفيدة بمجملها وأن الرياضيات الحقيقية غير مفيدة بمجملها، أي أن الرياضيات التافهة 'خَيِّرة' بمعنى ما في حين أن الرياضيات الحقيقية ليست كذلك، لكن علينا أن نسأل فيما إذا كان أحد نوعَي الرياضيات أو كليهما مؤذياً، قد يكون من غير المنطقي أن نقترح أن الرياضيات من أي نوع مؤذية في زمن السلم مما يقودنا إلى دراسة تأثيرات الرياضيات في الحرب، من الصعب جداً مناقشة سؤال كهذا بنزاهة تامة وربما كان علي أن أتجنبه إلا أن نوعاً من النقاش يبدو أمراً لا مفر منه، لكن هذا النقاش لا يحتاج لأن يكون طويلاً جداً لحسن الحظ.

هناك استنتاج مريح يسهل على الرياضي الحقيقي أن يصل إليه وهو أنه ليس للرياضيات الحقيقية أي تأثير على الحرب، إذ لم يكتشف أحد حتى الآن أن أي موضوع متعلق بالحرب قد استفاد من نظرية الأعداد أو النسبية كما يبدو من المستبعد أن يكتشف أحد شيئاً من هذا القبيل في

غضون سنوات عديدة، صحيح أن هناك فروعاً من الرياضيات التطبيقية – مثل دراسة المقذوفات وديناميك الأجسام الطائرة – تم تطويرها بشكل متعمد من أجل الحروب وتطوير تقنيات معقدة: من الصعب أن ندعو هذه الفروع بأنها 'تافهة' لكن لا يمكن الادعاء بأنه يمكن تصنيف أي منها بأنه رياضيات 'حقيقية'، إنها في الواقع كريهة ومملة بما لا يقبل التسامح فيه، وحتى ليتلوود غير قادر على جعل دراسة المقذوفات علماً محترماً، وإن لم يتمكن هو من هذا فمن هو القادر عليه؟ وهكذا فإن ضمير الرياضي الحقيقي مرتاح تماماً؛ إذ لا يوجد أي شيء ضد أية قيمة يمكن أن تكون لعمله؛ فالرياضيات – كما قلت في أكسفورد – مهنة 'بريئة وغير مؤذية'.

أما الرياضيات التافهة – من ناحية أخرى – فلها العديد من التطبيقات في الحرب، فخبراء المدفعية ومصممو الطائرات على سبيل المثال لم يكونوا قادرين على إنجاز أعمالهم من دونها، والتأثير العام لهذه التطبيقات بسيط: فالرياضيات تسهِّل الحرب 'الكلية' العلمية الحديثة.

ليس واضحاً جداً مثلما يظهر الأمر أنه ينبغي الاعتذار عن هذا بما أنه هناك منظوران متباينان بحدة حيال الحرب العلمية الحديثة، المنظور الأول والأكثر وضوحاً هو أن تأثير العلم على الحرب هو مجرد زيادة رعبها من خلال زيادة معاناة الأقلية التي عليها أن تحارب ومن خلال توسيع هذه المعاناة لتطال صفوفاً أخرى، وهذا هو المنظور الأكثر طبيعية وصحة، لكن هناك منظوراً آخر مختلفاً جداً يبدو من الممكن تقبله أيضاً وقد فرضه هالدين بقوة كبيرة في Callinicus[19]، يمكن التأكيد

[19] J. B. S. Haldane, Callinicus: a Defense of Chemical Warfare (1924)

أن الحرب الحديثة أقل رعباً مما كانت عليه قبل تطور العلم؛ وأن القنابل ربما تكون أكثر رحمة من الحراب؛ والغازات المسيلة للدموع وغاز الخردل قد تكون الأكثر إنسانية من بين الأسلحة التي ابتكرها العلم العسكري؛ وأن المنظور السليم يبقى وحيداً في العاطفية منفلتة التفكير[20]. ربما يكون هذا المنظور قد حُفِّز أيضاً (رغم أن هذا لم يكن من طروحات هالدين) بأن المساواة في المخاطر والتي كان من المتوقع أن يحققها العلم قد تكون صحية على المدى البعيد؛ أي أن حياة المدنيين ليست أهم من حياة العسكريين وحياة النساء ليست أهم من حياة الرجال وأن أي شيء أفضل من تركيز الوحشية على صف معين بذاته، أي أن الحرب القادمة - باختصار - تؤدي إلى الأفضل 'مهما كلف الأمر'.

لا أعلم أي هذه النظرات أقرب إلى الحقيقة، هذه مسألة عاجلة ومتغيرة لكنني لن أناقشها هنا، فهي تتعلق فقط بالرياضيات 'التافهة' التي قد يكون الدفاع عنها مهمة هوغبن أكثر من كونه مهمتي أنا، فقضية رياضياته ربما تكون ملوّثة نوعاً ما في حين أن قضيتي لم تتأثر بهذا الموضوع.

في الحقيقة هناك المزيد مما ينبغي قوله هنا بما أن هناك هدفاً واحداً يمكن أن تستفيد الحرب به من الرياضيات الحقيقية، عندما تشكّل العالم ربما وجد الرياضي في الرياضيات علاجاً لا يضاهى لأن الرياضيات - من

[20] لا أريد أن أحكم مسبقاً على هذه المسألة بهذه الكلمة التي يُساء استخدامها كثيراً؛ فمن الممكن استخدامها بصحة تامة للدلالة على أنواع معينة من المشاعر غير المتوازنة، والعديد من الأشخاص يستخدمون 'العاطفية' كمصطلح للتعبير عن مشاعر الآخرين اللائقة و'الواقعية' كقناع لإخفاء وحشيتهم الخاصة.

بين كل العلوم والفنون - هي الأكثر استقامة والأكثر نأياً وأن الرياضي ينبغي أن يكون من بين كل الناس هو الشخص الذي يمكنه بسهولة كبرى أن ينأى عن العالم الواقعي الموحش الكئيب. إنها مدعاة للشفقة أن يكون من الضروري أن نسجل تحفظاً جدياً هو أنه عليه ألا يكون عجوزاً، فالرياضيات ليست موضوعاً تأملياً بل هي موضوع إبداعي؛ وليس بإمكان أحد أن ينهل الكثير منها عندما يكون قد فقد القدرة على الإبداع؛ وهذا ميال للحدوث مبكراً نوعاً ما للرياضي، إنه أمر يدعو للشفقة لكن أحداً لن يهتم له كثيراً في تلك الحالة وسيكون من السخافة بمكان أن يزعج الآخرون أنفسهم به.

29

سأختم بملخص للاستنتاجات التي توصلت إليها لكن عارضاً إياها بطريقة أكثر شخصية، قلت في البداية إن أي شخص يدافع عن موضوعه سيجد أنه يدافع عن نفسه؛ وتبريري لحياة الرياضي المحترف كان - في الأساس - تبريراً لحياتي أنا، وهكذا فإن هذه الفقرة الختامية ستكون في جوهرها جزءاً من سيرة ذاتية.

لا يمكنني تذكُّر أنني أردت أن أصبح إلا رياضياً، وأعتقد أنه كان من الواضح دائماً أن قدراتي الخاصة تصب في هذا الإطار ولم يحدث أبداً أني طلبت نصيحة من أحد أكبر مني عن هذا الموضوع، لا أذكر أنني أحسست - عندما كنت صبياً - بأي شغف بالرياضيات، والانطباعات التي ربما كانت لدي عن مهنة الرياضي كانت بعيدة كل البعد عن

النبل، فقد كنت أنظر إلى الرياضيات على أنها امتحانات ومعلومات مدرسية: كنت أرغب في التغلب على الأولاد الآخرين وقد بدت الرياضيات هي السبيل الذي يمكّنني من القيام بهذا بشكل قاطع.

كنت في الخامسة عشرة من عمري تقريباً عندما طرأ تحول حاد (بشكل غريب نوعاً ما) في طموحاتي، هناك كتاب من تأليف 'آلان سانت أوبين'[21] اسمه عضو في ترينيتي يشكل جزءاً من سلسلة تعالج ما يُفترض به أن يكون حياة جامعة كامبردج، أعتقد أنه كتاب أسوأ من معظم كتب ماري غوريلي؛ لكنني أستبعد أن يكون كتاب ما سيئاً إذا كان قادراً على قدح خيال صبي ذكي، هناك بطلان: بطل أساسي يدعى فلاورز طيب بالكامل وبطل ثانوي أضعف يدعى براون، وجد فلاورز وبراون مخاطر كثيرة في الحياة الجامعية لكن أسوأها كان صالون مقامرة في تشيستيترون تديره الآنستان الشابتان بيليندين الساحرتان لكن الشريرتان جداً، تخطى فلاورز كل هذه المشاكل ونجح بشكل آلي في الحصول على العضوية (مثلما أعتقد)، أما براون فقد استسلم وحطم أهله وأدمن على الشراب ونجا من عاصفة رعدية هائلة فقط بفضل صلوات عميد الطلاب وعانى كثيراً في الحصول حتى على درجة عادية ليصبح مبشّراً في النهاية، لم تتأذَّ الصداقة بهذه الأحداث المؤلمة وشردت مخيلة فلاورز ليتذكر براون بشفقة رقيقة عندما شرب البورت وأكل الجوز لأول مرة في قاعة اجتماعات الخريجين.

وهكذا أصبح فلاورز عضواً محترماً (بقدر ما تمكن 'آلان سانت أوبين' من تجسيد ذلك) لكن حتى عقلي البسيط رفض أن أقبله كشخص

---

[21] 'آلان سانت أوبين' هو السيدة فرانسيس مارشال زوجة ماثيو مارشال.

ذكي، فإن كان هو قد تمكن من القيام بهذه الأشياء لماذا لا أتمكن أنا؟ وخاصةً أن المشهد الأخير في قاعة الاجتماعات قد سحرني بالكامل، ومنذ ذلك الوقت حتى حصلت عليها كانت الرياضيات تعني لي أساساً العضوية في ترينيتي.

اكتشفت مباشرةً لدى قدومي إلى كامبردج أن العضوية تتطلب القيام 'بعمل متميز جديد' لكن مضى وقت طويل قبل أن أشكل أية فكرة محدَّدة عن البحث، كنت قد اكتشفت في المدرسة – مثلي في ذلك مثل أي شخص سيصبح رياضياً في مستقبله – أنني قادر غالباً على القيام بالأشياء أفضل بكثير من أساتذتي؛ وحتى في كامبردج اكتشفت أنني أحياناً – وإن في حالات أقل طبعاً – أتمكن من القيام بأشياء أفضل من المحاضرين في الكلية، لكنني كنت جاهلاً تماماً – حتى عندما حصلت على البكالوريوس مع مرتبة الشرف – بالمواضيع التي قضيت بقية حياتي فيها؛ وكنت أنظر إلى الرياضيات على أنها موضوع 'تنافسي' بالدرجة الأولى. تفتحت عيناي لأول مرة على يد البروفسور لوف الذي علمني على مدى عدة فصول وأعطاني المفهوم الجاد الأول عن التحليل، لكن الفضل الكبير الذي أدين به إليه – حيث كان رياضياً تطبيقياً بالأساس – كان نصيحته لي بأن أقرأ الكتاب الشهير Cours d'analyse (منهاج في التحليل) لجوردان؛ ولن أنسى ما حييت ذلك الذهول الذي قرأت به هذا العمل العظيم الذي كان الملهم الأول للعديد من الرياضيين من جيلي وتعلمت للمرة الأولى وأنا أقرأه ماذا تعني الرياضيات حقيقةً، ومنذ ذلك الحين أصبحت بطريقتي الخاصة رياضياً حقيقياً مع طموحات رياضية راسخة وشغف حقيقي تجاه الرياضيات.

كتبت الكثير خلال عشر سنوات بعد ذلك لكن مع القليل جداً من الأهمية ؛ إذ ليس هناك أكثر من أربع مقالات أو خمس مما يمكنني أن أتذكره مع شعور بالرضا، والتغيير الحقيقي في حياتي المهنية أتى بعد ذلك بعشر سنوات أو اثنتي عشرة في العام 1911 عندما بدأت تعاوني الطويل مع ليتلوود وفي العام 1913 عندما اكتشفت رامانوجان، وأفضل أعمالي منذ ذلك الوقت كانت بكاملها محصورة مع أعمالهما ومن الواضح أن تعاوني معهما كان الحدث الأهم في حياتي، وما زلت أقول لنفسي عندما أكون مكتئباً وأجد نفسي مجبراً على الاستماع إلى أشخاص مغرورين ومملين 'حسناً لقد فعلت شيئاً واحداً لن تتمكن أنت أبداً من القيام به وهو التعاون مع كلٍّ من ليتلوود ورامانوجان بنوع من الندية'، فأنا مدين لهما بحفاظي غير الطبيعي على استحقاقي حتى سن متقدم نوعاً ما: حيث كنت في أفضل أيامي بعدما تجاوزت الأربعين بقليل عندما أصبحت بروفيسوراً في أكسفورد، ومنذ ذلك الحين عانيت من ذلك التراجع المستمر الذي هو القَدَر المشترك للمسنين وخاصة للرياضيين المسنين، فقد يكون الرياضي ما يزال مؤهَّلاً بما يكفي في الستين من عمره لكن لا جدوى من انتظار أفكار جديدة منه.

أصبح واضحاً الآن أن حياتي - بالنظر إلى قيمتها - قد انتهت وأنه ليس في وسعي القيام بأي شيء ليزيد أو ينقص من قيمتها، من الصعب جداً أن أكون نزيهاً في تقييمها لكنني أعتبرها 'ناجحة' ؛ فقد حصلت على مكافأة أكثر - وليس أقل - مما هو متعارف بالنسبة لشخص في مثل درجة مقدرتي، توليت سلسلة من المناصب المريحة و'المبجَّلة' كما مررت بالقليل جداً من المشاكل مع الروتين الممل في

الجامعات، فأنا أكره 'التعليم' وكان علي أن أمارس القليل من ذلك التعليم لأنني حولت عملي بالكامل تقريباً إلى إشراف على أبحاث؛ كذلك فإنني أحب إلقاء المحاضرات وقد حاضرت كثيراً جداً في مستويات رفيعة؛ كما كانت لي دائماً أوقات فراغ للقيام بالأبحاث التي كانت المسرة الدائمة الكبرى في حياتي، كان سهلاً علي أن أعمل مع الآخرين وقد تعاونت إلى درجة كبيرة مع رياضيِّين استثنائيِّين مما مكّنني من أن أضيف إلى الرياضيات أكثر بكثير مما كنت لأتوقعه منطقياً، مررت بخيبات أمل مثل أي رياضي آخر لكن أياً منها لم تكن جدية جداً ولم تتمكن من جعلي تعيساً، لو عُرِضَت علي حياة ليست أفضل أو أسوأ من هذه عندما كنت في العشرين من عمري لكنت قبلتها دون تردد.

يبدو سخيفاً أن أفترض أنه كان بإمكاني أن 'أعمل شيئاً أفضل'، إذ ليست لدي أية مقدرة لغوية أو فنية كما أن اهتمامي بالعلم التجريبي ضئيل جداً، ربما كنت سأصبح فيلسوفاً جيداً نوعاً ما لكن ليس ممتازاً، أظن أنه ربما كان من الممكن أن أصبح محامياً جيداً؛ لكن الصحافة هي المهنة الوحيدة - خارج الحياة الأكاديمية - التي كنت سأشعر حقاً بالثقة حيال حظوظي فيها، لا شك أنني كنت محقاً في أنني أصبحت رياضياً إذا كان المعيار هو ما يدعى عادةً بالنجاح.

إذاً كان خياري صائباً إذا كان ما أردته هو حياة سعيدة ومريحة بشكل معقول، لكن المعاونين القانونيين ومضاربي البورصات والمراهنين على الخيول غالباً ما يحصلون على حياة سعيدة أيضاً ومن الصعب أن نعلم كم سيكون العالم أفضل نتيجة لوجودهم، هل هناك أي معنى يمكّنني

من الادعاء بأن حياتي كانت أقل جدوى من حياتهم؟ يبدو لي هنا أيضاً أن هناك جواب محتمل وحيد: نعم - ربما - وإذا كان كذلك فلسبب واحد فقط.

لم أقم بأي عمل 'مفيد'، لم تؤدِّ أي اكتشافاتي - ومن المستبعد أن تؤدي - بشكل مباشر أو غير مباشر وسواء بشكل إيجابي أو سلبي إلى أي اختلاف في لياقة العالم، لقد ساعدت في تدريب رياضيين آخرين لكنهم رياضيون مثلي كما أن عملهم كان - حتى الآن وبالشكل الذي ساعدتهم على أن يقوموا به على أي حال - عديم الفائدة كعملي، وإذا ما حوكمت بأي معيار تطبيقي فإن قيمة حياتي الرياضية صفر؛ وهي تافهة جداً خارج الرياضيات بأي حال، لدي فرصة واحدة فقط في الهروب من الحكم بالتفاهة التامة هي أنني ربما أحاكَم بأنني أبدعت شيئاً يستحق الإبداع وأنني أبدعت شيئاً لا يمكن إنكاره: إلا أن السؤال هو حول قيمته.

وهكذا فإن قضية حياتي - أو قضية حياة أي شخص آخر كان رياضياً بنفس المعنى الذي كنته - هي أنني أضفت شيئاً إلى المعرفة وساعدت آخرين على إضافة المزيد؛ وأن هذه الأشياء لها قيمة تختلف بالدرجة فقط - وليس بالطبيعة - عن إبداعات الرياضيين العظام أو أي فنانين آخرين - صغاراً كانوا أم عظاماً - ممن تركوا خلفهم نوعاً من الآثار التي تُذكر.

ملاحظة

أبدى البروفيسور بورد والدكتور سنو ملاحظة لي بأنني إذا كنت سأخوض في التوازن بين الخير والشر الذي يقدمه العلم فعلي ألا أسمح لنفسي بالاهتمام كثيراً بشأن تأثيراته على الحرب وأنه حتى لو كنت أفكر في هذه التأثيرات فعلي أن أتذكر أن له العديد من التأثيرات الهامة جداً إلى جانب تلك التدميرية البحتة، وهكذا (لنأخذ النقطة الثانية أولاً) علي أن أتذكر (a) أن تنظيم السكان من أجل الحرب ممكن فقط عبر طرق علمية (b) وأن العلم زاد القدرة الدعائية بشكل كبير والتي تُستخدم بشكل حصري تقريباً لأغراض شريرة (c) وأنه أخيراً جعل 'الحيادية' شبه مستحيلة أو غير ذات معنى بحيث لم تعد هناك 'جزر سلام' يمكن أن تنتشر منها الأفكار السليمة وعمليات إعادة الإعمار بشكل تدريجي بعد الحروب، كل هذا - بالطبع - يميل إلى تقوية القضية ضد العلم، من ناحية أخرى حتى لو ضغطنا هذه القضية إلى حدها الأقصى فمن غير الممكن تقريباً أن نؤكد بجدية أن الشر الناتج عن العلم يتفوق على الخير، فعلى سبيل المثال إذا تم فقدان عشرة ملايين شخص في كل حرب فإن التأثير الصافي للعلم سيبقى زيادة الطول الوسطي للعمر، باختصار كانت الفقرة 28 'عاطفية' جداً.

أنا لا أجادل في أحقية هذه الانتقادات لكنني - للأسباب التي أوردتها في مقدمتي - وجدت من المستحيل أن ألبيها في متن الكتاب لذا أرضيت نفسي بذكرها هنا.

أشار الدكتور سنو إلى نقطة صغيرة تثير الاهتمام حول الفقرة 8، حتى لو أقرينا بأن 'أرخميدس سيبقى يُذكر بعد أن يُنسى أخيل' أليست الشهرة الرياضية 'مجهولة الاسم' نوعاً ما بحيث لا تتحقق كلياً للشخص بحد ذاته؟ بإمكاننا بناء صورة مترابطة عن شخصية أخيل (وأفضل من ذلك بالطبع عن شكسبير أو تولستوي) فقط من خلال أعمالهم في حين يبقى أرخميدس وإيدوكسوس مجرد اسمين.

جسَّد السيد جي. إم. لوماس هذه النقطة بشكل أكثر روعة وحيوية عندما كنا نمر بجانب عمود نيلسون في ساحة ترافاغلار، إذا كان سيوضع لي تمثال على عمود في لندن فهل أفضِّل أن يكون عالياً جداً بحيث لا يكون التمثال مرئياً أو منخفضاً بما يكفي حتى تظهر معالمه بوضوح؟ سأختار الخيار الأول أما الدكتور سنو فمن المحتمل أن يختار الثاني.



A Mathematician's Apology

كـان G. H. Hardy واحـداً مـن أروع المفكرين الرياضـيين في القرن العشـرين كما اشـتهر بين معاصـريه بأنه " رياضـي حقيقـي: أنقى الأنقيـاء ". وهـذا " الاعتـذار " الـذي كتبـه بشـكل مؤثـر عنـدما بـدأت قـدراتـه الرياضيـة بالتراجـع يعطـي تقييمـاً رائعـاً للرياضيـات بأنهـا أكـثر بكـثير مـن مجـرد علم. وعند نشـره لأول مرة اعتبره Graham Green بالإضافة إلى مذكرات Henry James " أفضـل ما يمكـن اعتباره عمـلاً فنيـاً مبـدعـاً ". إن تصـديـر C. P. Snow في هـذا الكتـاب يقـدم لمحـات عاطفيـة وطريفـة مـن حيـاة Hardy الـغنيـة بالنـوادر فـيمـا يتعـلـق بحيـاتـه الأكـاديميـة وبشـغفـه بلعبة الكريكت أيضاً.

" أحد أبلغ الشـروحات بلغتنا عن متعة الابتـكار الرياضـي وقوته."

صحيفة النيويوركر

" نادراً ما يكتب الرياضيون العظام عن أنفسـهم أو أعمالهـم. والقليـل منهم لديه الهبة الأدبية ليكتب أطروحة بمثل هذا السـحر والشـفافية والعمق. إنه بيان رسـمي (مانيفسـت) عن الرياضيات بحد ذاتها."

صحيفة الغارديـان

